Erstellung einer Tabelle

Manfred Hanke (Gruppe 5: Hanke / Nieva)

15. Nov 2006

1 Zielsetzung

Es soll eine *schöne* Wertetabelle der Funktionen $f(x) = x^3 - 5x^2 + 100x - 400$ für $x \in [0,\ 10]$ und $g(x) = e^{-x} - \frac{0.1}{1+x}$ für $x \in [-5,\ +5]$ bzw. $x \in [0,\ 10]$ ausgegeben und graphisch dargestellt werden.

2 Methoden / Durchführung

Die Auswertung der Funktionen erfolgt in eigens definierten `FUNCTIONS` und dort durch direkte Zuweisung der aus den einfachen arithmetischen Operatoren (`+`, `-`, `*`, `/`, `**`) und der `EXP`-Funktion gebildeten Ausdrücke.
Die Erstellung der Wertetabelle wird jeweils durch eine Schleife erreicht, bei der vor dem Anfang der x-Wert initialisiert wird, in der Schleife die Berechnung und Ausgabe durchgeführt wird und schließlich nach Erhöhung von x mit einer `IF`-Abfrage überprüft wird, ob mittels `GOTO` wieder zum Anfang gesprungen werden soll.
Bei der Berechnung von $g(x)$ wird die Singularität bei $1 + x = 0$ mit einer weiteren `IF`-Abfrage abgefangen.
Die Ausgabe der Funktionswerte erfolgt in separate Dateien und jeweils im Exponentialformat mit 7 Nachkommastellen, um der Genauigkeit des `REAL`-Datentyps mit 23 bit Mantissen-Länge gerecht zu werden ($2^{-23} \approx 1.2 \cdot 10^{-7}$). Für `DOUBLE PRECISION`-Datentyps mit 52 bit Mantissen-Länge wären (gemäß $2^{-52} \approx 2.2 \cdot 10^{-16}$) 16 Nachkommastellen angebracht.

3 Programm

3.1 Fortran-Code

```
      FUNCTION f(x)
        REAl f, x
        f = x**3 - 5*x**2 + 100*x - 400
      END FUNCTION
c
      FUNCTION g(x)
        REAl g, x
        IF(1.0+x .NE. 0.0) THEN
          g = EXP(-x) - 0.1/(1.0+x)
        ELSE
          WRITE(*,*) "ERROR: g(-1) is undefined."
          STOP
        ENDIF
      END FUNCTION
c
      PROGRAM Tabelle
      REAL x, y
c
      OPEN(1, FILE='f.dat')
      WRITE(1,"('#')")
      WRITE(1,"('# f(x) = x^3 - 5x^2 + 100x - 400')")
      WRITE(1,"('#')")
      WRITE(1,"('#     x    |     y = f(x)')")
      WRITE(1,"('# --------+-----------------')")
      x = 0
100   y = f(x)
      WRITE(1,"(F8.2 ' |' E15.7)") x, y
      x = x + 0.01
      IF(x .LE. 10.001) GOTO 100
      CLOSE(UNIT=1)
c
c
      OPEN(UNIT=2, FILE='g1.dat')
      WRITE(2,"('#')")
      WRITE(2,"('# g(x) = exp(-x) - 0.1/(1+x)')")
      WRITE(2,"('#')")
      WRITE(2,"('#     x    |     y = g(x)')")
      WRITE(2,"('# --------+-----------------')")
      x = -5
201   IF(1.0+x .NE. 0.0) THEN
        y = g(x)
        WRITE(2,"(F8.2 ' |' E15.7)") x, y
      ELSE
        WRITE(2,"(F8.2 ' |' A15)") x, 'nan'
      ENDIF
```

```
      x = x + 0.01
      IF(x .LE. 5.001) GOTO 201
      CLOSE(UNIT=2)
c
      OPEN(UNIT=3, FILE='g2.dat')
      WRITE(3,"('#')")
      WRITE(3,"('#     x     |     y = g(x)')")
      WRITE(3,"('# ----------+------------------')")
      x = 0
202   y = g(x)
      WRITE(3,"(F8.2 ' |' E15.7)") x, y
      x = x + 0.01
      IF(x .LE. 10.001) GOTO 202
      CLOSE(UNIT=3)
c
      END
```

3.2 Gnuplot-Script

```
set term png
set output "f.png"
plot "f.dat" u 1:3 w l t "y = f(x)", 0 not

set output "g1.png"
plot [-5:5] [-5:15] "g1.dat" u 1:3 w l t "y = g(x)", 0 not

set output "g2.png"
plot [] [-0.02:0.1] "g2.dat" u 1:3 w l t "y = g(x)", 0 not
```

4 Ergebnisse

4.1 Daten

f.dat:

```
#
# f(x) = x^3 - 5x^2 + 100x - 400
#
#     x     |     y = f(x)
# ----------+------------------
      0.00  |  -0.4000000E+03
      0.01  |  -0.3990005E+03
...
      4.14  |  -0.7400513E+00
      4.15  |   0.3608704E+00
...
     10.00  |   0.1100040E+04
```

g1.dat:

```
#
# g(x) = exp(-x) - 0.1/(1+x)
#
#     x     |     y = g(x)
# ----------+------------------
     -5.00  |   0.1484382E+03
     -4.99  |   0.1469615E+03
...
      5.00  |  -0.9928873E-02
```

g2.dat:

```
#
# g(x) = exp(-x) - 0.1/(1+x)
#
#     x     |     y = g(x)
# ----------+------------------
      0.00  |   0.9000000E+00
      0.01  |   0.8910400E+00
...
     10.00  |  -0.9045405E-02
```

4.2 Graphen

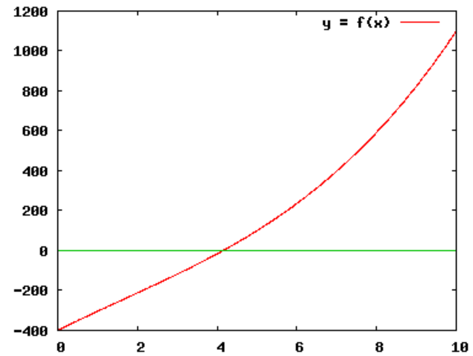

Abbildung 1: f.png

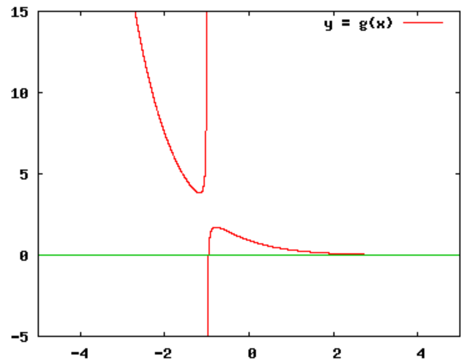

Abbildung 2: g1.png

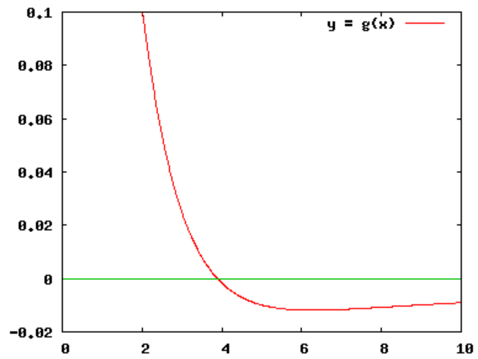

Abbildung 3: g2.png

4.3 Auswertung

$f(x)$ ist ein normiertes kubisches Polynom, daher gilt $f(x) \sim x^3 \to \pm\infty$ für $x \to \pm\infty$. Es besitzt wegen $f'(x) = 3x^2 - 10x + 100 > 0$ keine lokalen Extrema und damit auch nur eine reelle Nullstelle bei $x \approx 4.147$. Der Wendepunkt bei $x = \frac{5}{3}$ ist in `f.png` erkennbar.

Für $x \to -\infty$ divergiert $g(x) \sim e^{-x} = e^{|x|}$ exponentiell. Bei $x = -1$ hat $g(x)$ einen Pol erster Ordnung. Für $x \to \infty$ konvergiert $g(x)$ von negativen Werten kommend gegen 0. Interessant ist neben den lokalen Extrema bei $x \approx -1.176$ und $x \approx -0.787$, die in `g1.png` erkennbar sind, auch das lokale Minimum bei $x \approx 6.270$, das in `g2.png` herausgestellt wurde. Die Nullstellen von $g(x)$ liegen bei $x \approx -0.962$ und $x \approx 3.890$.

```
-----
| Mh
```