Elektrostatik

Quellen des el. Felds	$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \Leftrightarrow \quad \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$
Wirbelfreiheit	$\vec{\nabla}\times\vec{E} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$
$\Rightarrow$ Skalarpotential	$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$
Poisson-Gl.	$\nabla^2\Phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$
Lösung:	$\Phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{\rho(\vec{x}')}{\lvert\vec{x}-\vec{x}'\rvert}\, dV'$
	$\Rightarrow\ \vec{E}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{\rho(\vec{x}')(\vec{x}-\vec{x}')}{\lvert\vec{x}-\vec{x}'\rvert^3}\, dV'$
Kraft im äußeren Feld	$d\vec{F} = \rho;\vec{E}\, dV \ \Rightarrow\ \vec{F} = q\,\vec{E}$
el. Dipolmoment	$\vec{p} = \int \vec{x}\,\rho(\vec{x})\, dV$
Multipolentwicklung	$\Phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q}{r} + \frac{\vec{p}\cdot\vec{x}}{r^3} + \frac{1}{2}\sum_{i,j} Q_{ij}x_ix_j + ...\right)$
Feld eines Dipols	$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{3(\vec{p}\cdot\hat{n})\hat{n}-\vec{p}}{\lvert\vec{x}-\vec{x}_0\rvert^3} \quad \text{mit } \hat{n} = \frac{\vec{x}-\vec{x}_0}{\lvert\vec{x}-\vec{x}_0\rvert}$
Energie im äußeren Feld	$W = q\,\Phi - \vec{p}\cdot\vec{E} - \frac{1}{6}\sum_{i,j} Q_{ij}\frac{\partial E_i}{\partial x_j} + ...$

Magnetostatik

Wirbel des mag. Felds	$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{J} \quad \Leftrightarrow \quad \oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$
Quellenfreiheit	$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0$
$\Rightarrow$ Vektorpotential	$\vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}$
DGL für $\vec{A}$	$\nabla^2\vec{A} = -\mu_0\vec{J} \quad \left(+\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{A})\right), \qquad \text{aber } \vec{\nabla}\cdot\vec{A} = 0 \text{ in Coulomb-Eichung}$
Lösung:	$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\int \vec{J}(\vec{x}')}{\lvert\vec{x}-\vec{x}'\rvert}\, dV'$
	$\Rightarrow\ \vec{B}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{J}(\vec{x}')\times(\vec{x}-\vec{x}')}{\lvert\vec{x}-\vec{x}'\rvert^3}\, dV'$
Biot-Savart	$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, I\, \frac{d\vec{l}\times(\vec{x}-\vec{x}')}{\lvert\vec{x}-\vec{x}'\rvert^3}; \qquad (\text{Es ist } \vec{J}\, dV = I\, d\vec{l} = dq\ \vec{v}.)$
Kraft im äußeren Feld	$d\vec{F} = \vec{J}\times\vec{B}\, dV \ \Rightarrow\ \vec{F} = \int \vec{J}\times\vec{B}\, dV = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}\oint_{C_1}\oint_{C_2}\frac{(d\vec{l}_1\cdot d\vec{l}_2)(\vec{x}_1-\vec{x}_2)}{\lvert\vec{x}_1-\vec{x}_2\rvert^3} =$
magn. Moment	$\vec{m} = \frac{1}{2}\int \vec{x}\times\vec{J}(\vec{x})\, dV \qquad = q\,\vec{v}\times B$
$\Rightarrow$	$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{\vec{m}\times\vec{x}}{r^3}$
$\Rightarrow$	$\vec{B}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{3(\vec{m}\cdot\hat{n})\hat{n}-\vec{m}}{\lvert\vec{x}-\vec{x}_0\rvert^3}$
	$W = -\vec{m}\cdot\vec{B}$
Drehmoment	$\vec{N} = \vec{m}\times\vec{B}$