1. Klausur zur Theoretischen Physik I (Mechanik) 11.06.2004

Aufgabe 1 Kräfte — schriftl., 4 Punkte

1. Prüfen Sie, ob die Kraft $\boldsymbol{F} = \alpha\, \boldsymbol{e}_3 \times \boldsymbol{r}$ (α konstant) konservativ ist.
2. Berechnen Sie das zur Kraft $\boldsymbol{F} = 2\boldsymbol{r} \cos \boldsymbol{r}^2$ gehörige Potential.

Aufgabe 2 Rückschluss von Bahnkurve auf Potential in der Ebene — schriftl., 4 Punkte

Welches Zentralpotential $V(r)$ muss auf ein Punktteilchen der Masse m wirken, damit sich als Bahnkurve eine logarithmische Spirale $r = a\, e^{b\varphi}$ ergibt?

1. Stellen Sie dazu zunächst die Lagrangefunktion in Polarkoordinaten für ein beliebiges Zentralpotential $V(r)$ auf. Berechnen Sie die Bewegungsgleichungen und lesen Sie daraus eine Erhaltungsgröße ab.
2. Berechnen Sie unter Verwendung der Bewegungsgleichungen und der Erhaltungsgröße das zur Bahnkurve $r(t) = a\, e^{b\,\varphi(t)}$ gehörige Potential $V(r)$.

Aufgabe 3 Teilchen auf Kreiskegel, Teil 1 — schriftl., 4 Punkte

Ein Massenpunkt der Masse m bewegt sich unter dem Einfluss konstanter Schwerkraft, parametrisiert durch die Gravitationskonstante g, auf der Oberfläche eines auf seiner Spitze stehenden Kreiskegels (Öffnungswinkel $2\alpha < \pi$), dessen Achse parallel zur Richtung des Schwerefelds ausgerichtet ist.

1. Geben Sie die Zwangsbedingung an. Zeigen Sie, dass damit die Lagrangefunktion L in Kugelkoordinaten die Form
$$L = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 \sin^2 \alpha) - mgr \cos \alpha$$
annimmt.
2. Wie lauten die Bewegungsgleichungen?

Aufgabe 4 Teilchen auf Kreiskegel, Teil 2 — schriftl., 6 Punkte

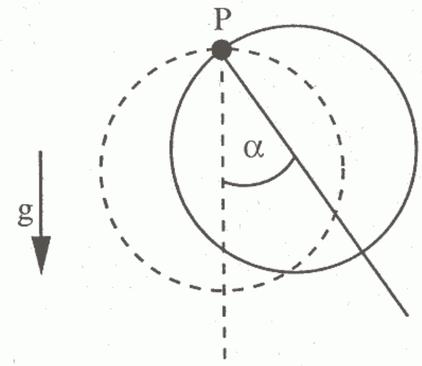
In Fortsetzung von Aufgabe 3:

1. Geben Sie die Erhaltungsgrößen in Kugelkoordinaten für dieses System an. Begründen Sie Ihre Wahl.
2. Geben Sie das effektive (Radial-) Potential an. Parametrisieren Sie es mit Hilfe seines Minimums r_0. Skizzieren Sie das effektive Potential. Beschreiben Sie die Bewegung des Teilchens. Welche Bewegung entspricht dem Minimum des effektiven Potentials?
3. Entwickeln Sie das effektive Potential um sein Minimum und bestimmen Sie die Frequenz der radialen Bewegung für kleine Auslenkungen aus dem Minimum.

2. Klausur zur Theoretischen Physik I (Mechanik) 09.07.2004

Aufgabe 1 Physikalisches Pendel **4 Punkte**

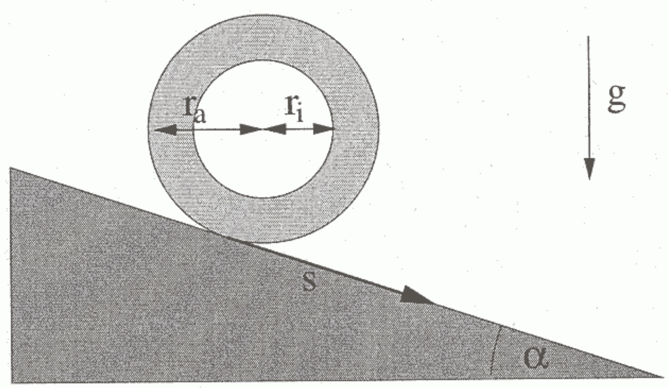
Eine homogene, kreisförmige, dünne Platte mit Radius R und Masse M ist am Punkt P so aufgehängt, daß sie unter Einfluß der Schwerkraft in ihrer Körperebene eine Pendelbewegung vollführen kann (siehe Skizze).



1. Berechnen Sie das für die Schwingung relevante Trägheitsmoment der Scheibe bezüglich der senkrecht durch den Aufhängepunkt P verlaufenden Rotationsachse.
2. Bestimmen Sie für kleine Auslenkungen α die der Schwingungsbewegung zugrundeliegende Differentialgleichung und lesen Sie daran die zugehörige Schwingungsfrequenz ω ab.
3. Bestimmen Sie die Länge l eines Fadenpendels mit gleicher Schwingungdauer $T = 2\pi/\omega$ wie obiges physikalisches Pendel.

Aufgabe 2 Abrollen eines zylindrischen Rohrs **5 Punkte**

Wir betrachten ein zylindrisches Rohr, das mit waagerecht liegender Achse auf einer um den Winkel α gegen die Horizontale geneigten schiefen Ebene im Schwerefeld ohne Schlupf abrollen kann. Das Rohr habe dabei die Länge h, eine Masse M, die homogen auf die Wandung verteilt ist, sowie Innen- und Außenradien r_i und r_a.

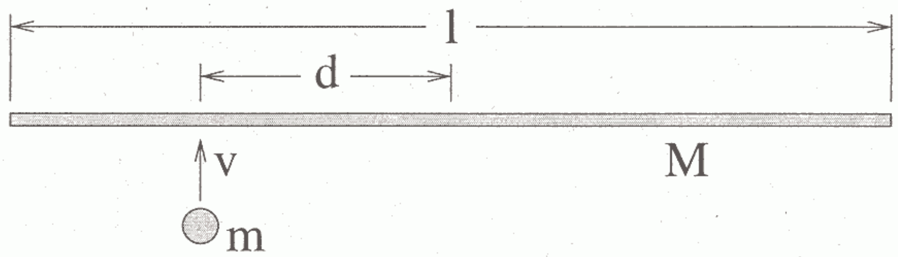


1. Welche Freiheitsgrade hat das System? Wie lautet die Zwangsbedingung?
2. Stellen Sie die Lagrangefunktion für das System auf. (Trägheitsmoment!)
3. Geben Sie die Bewegungsgleichungen an.
4. Denken Sie sich das Rohr ersetzt durch
   - ein Rohr infinitesimaler Dicke mit derselben Masse und demselben Außenradius
   - einen homogen ausgefüllten Stab mit derselben Masse und demselben Außenradius
   - einem reibungsfrei rutschenden Massenpunkt derselben Masse.

   Wie unterscheidet sich die Dynamik der Bewegung in diesen Fällen? (Begründung!)

Aufgabe 3 Stoß an Stock auf Eis **4 Punkte**

Ein dünner Stab der Länge l und der Masse M liegt auf einer reibungsfreien Eisfläche. Ein Hockeypuck der Masse m und der Geschwindigkeit v stößt diesen senkrecht im Abstand d vom Schwerpunkt. Nach dem elastischen Stoß sei der Puck in Ruhe.

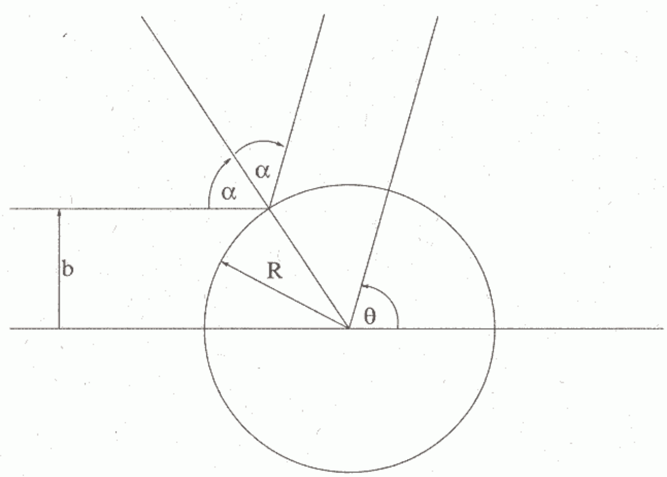


1. Welche Erhaltungsgrößen hat das System? Bestimmen Sie die Bewegung des Stabes.
2. Wo befindet sich der Stab nach einer vollen Umdrehung (Skizze)?
3. Berechnen Sie das Verhältnis M/m als Funktion von l/d.

Hinweis: Trägheitsmoment eines dünnen Stabes um seinen Mittelpunkt: $I = \frac{1}{12}Ml^2$

Aufgabe 4 Streuung von Lichtstrahlen an einer totalreflektierenden Kugel **3 Punkte**

An einer totalreflektierenden Kugel mit Radius R werden Lichtstrahlen gestreut (siehe Bild). Bestimmen Sie den Zusammenhang zwischen dem Abstand b und dem Streuwinkel θ. Leiten Sie daraus den differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ ab. Wie groß ist der totale Wirkungsquerschnitt?



Hinweis: Benutzen Sie die Beziehung $\sin 2x = 2\sin x \cos x$

Aufgabe 5 Stabilität von Kreisbahnen **2 Punkte**

Gegeben sei ein Zentralkraft-Potential $U(r) = -km/r^n$ ($k > 0$, konstant). Geben Sie ausgehend vom effektiven Potential (L sei der erhaltene Drehimpuls)

$$U_{\text{eff}}(r) = U(r) + \frac{L^2}{2mr^2}$$

zunächst eine Bedingung für die Existenz stabiler Kreisbahnen an (d.h. für kleine Auslenkungen von der Kreisbahn wirkt eine rücktreibende Kraft hin zum stabilen Radius). Zeigen Sie dann, dass die Stabilitätsbedingung $n < 2$ im Potential $U(r)$ erforderlich macht.