

Modenanalyse des pulsierenden SPB Sterns

18 Peg

Zulassungsarbeit aus der Physik

Vorgelegt von
Eva von Gemünden
30. September 2019

Dr. Karl Remeis Sternwarte Bamberg
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg



Betreuer: Prof. Dr. Ulrich Heber, Dr. Andreas Irrgang

Zusammenfassung

Sternpulsationen lassen sich sowohl in der Helligkeitsvariabilität der Sterne als auch in den Linienprofilen der Absorptionslinien nachweisen. Heute sind viele unterschiedliche Klassen dieser sogenannten pulsierenden Sterne bekannt. Auf dem oberen Ende der Hauptreihe befinden sich zwei Typen von pulsierenden Sternen, die β Cepheiden und die „slowly pulsating B“ (SPB) Sterne. Zu den SPB Sternen zählt auch der Stern 18 Peg, der eine Sonderstellung einnimmt, da er bereits zu den weit entwickelten Sternen gehört und somit sich dem Ende des Wasserstoffbrennens in seinem Kern nähert. Das macht ihn zu einem wichtigen Testobjekt für die Theorie der Sternentwicklung.

Irrgang et al. [2016] führte anhand hochaufgelöster Spektren des UVES Spektrographen bereits eine detaillierte Zeitserienanalyse durch, wobei nur eine Schwingungsmode angenommen wurde. Mittlerweile ist jedoch bekannt, dass SPB Sterne mehrere Schwingungsmoden zeigen. Neu zur Verfügung standen weitere hochaufgelöste Spektren, die mit dem HERMES Spektrographen am La Palma Observatory aufgenommen wurden. Daher wurde für zwei und drei Moden ein von Irrgang berechnetes Gitter von synthetischen Spektren an die hochaufgelösten Spektren angewandt.

Ziel dieser Zulassungsarbeit ist es, eine Kombination von Moden zu finden, die möglicherweise das spektrale Verhalten von 18 Peg besser wiedergibt und daraus an verschiedene Parameter des Sterns zu gelangen. Unter diesen Parametern ist insbesondere die Oberflächenbeschleunigung $\log g$ des Sterns, die wiederum Aufschluss auf die Position von 18 Peg im Kiel diagramm gibt und somit eine obere Grenze der oberen Hauptreihe festlegen kann. Zur Datenanalyse wurde das Pulsationsmodell von Schrijvers et al. [1997] herangezogen. Synthetische Spektren wurden an die beiden Spektrendatensätze (UVES und HERMES) mit der χ_{red}^2 Minimierungsmethode gefittet und mit den Ausgangsdaten von Irrgang et al. [2016] verglichen. Die Pulsationsanalyse von 18 Peg zeigt, dass es tatsächlich Modelle gibt, die eine bessere χ_{red}^2 Statistik aufweisen als das Modell mit nur einer Mode. Allerdings zeigt die Arbeit, dass es zu unterschiedlichen Ergebnissen bei der Auswertung der UVES- und HERMESdaten kam. Dies kann zukünftig nur mit weiteren Spektralserien mit angepasster Zeitauflösung aufgeklärt werden.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	4
1.1	Das Sternbild Pegasus	5
1.2	Der Stern 18 Peg	5
1.3	Sternspektren und deren Absorptionslinien	6
1.3.1	Das Spektrum eines Sterns	6
1.3.2	Der Dopplereffekt	8
1.3.3	Das Spektrum des Sterns 18 Peg	9
1.4	Die Sternklassifikation und das Hertzsprung-Russell-Diagramm	10
1.4.1	Die Sternklassifikation nach Harvard	10
1.4.2	Das Hertzsprung-Russell-Diagramm	10
1.4.3	Das Kiel-Diagramm	12
1.4.4	Obere Grenze der Hauptreihe im HRD	12
2	Allgemeine physikalische Grundbegriffe und Phänomene aus der Stellar-	
	astronomie	16
2.1	Der Sternaufbau	17
2.1.1	Der allgemeine Aufbau	17
2.1.2	Die Sternaufbaugleichungen	18
2.1.3	Das konvektive Overshooting	21
2.2	Die Sternentwicklung	23
2.2.1	Der kosmische Materiekreislauf	23
2.2.2	Die Sternentwicklung auf der Hauptreihe (B-Sterne)	25
2.2.3	Einfluss des konvektiven Overshootings auf die Sternentwicklung	26
2.3	Pulsierende Sterne	27
2.3.1	Pulsatoren auf dem Roten Riesenast	28
2.3.2	Weißer Zwerge als Pulsatoren	29
2.3.3	Pulsatoren auf der Hauptreihe	29
2.4	Eigenschaften von Sternpulsation	31
2.4.1	Eigenschwingungen	31
2.4.2	Moden	31
2.4.3	Mehrdimensionale Schwingungen	33

2.4.4	Radiale und Nicht-radiale Pulsation bei Sternen	34
2.4.5	Antriebsmechanismus	36
2.4.6	p-Moden und g-Moden	41
2.4.7	Modenidentifikation der Sternpulsation	42
3	Datengrundlage dieser Zulassungsarbeit	46
3.1	Beschreibung und Funktionsweise des Teleskops	47
3.2	Grundlegende Details	48
3.3	Beschreibung und Funktionsweise des Echelle-Spektrographen	51
3.4	Datenreduktion	53
4	Spektralanalyse nach dem Pulsationsmodell von Schrijvers et al. [1997]	56
4.1	Grundlagen des Modells von Schrijvers et al. [1997]	57
4.1.1	Grundlagen	57
4.1.2	Störungsrechnung am Beispiel des Fadenpendels	58
4.1.3	Die gestörten Grundgleichungen des Sternaufbaus	61
4.1.4	Lösungen nullter Ordnung - Zero-Rotating-Modell	62
4.1.5	Lösungen erster Ordnung - Slowly-Rotating-Modell	63
4.1.6	Linienprofilvariationen	64
4.1.7	Die χ_{red}^2 - Minimierung und Landschaft	67
5	Auswertung der Spektralanalyse	70
5.1	Motivation	71
5.2	Der Parameterraum	71
5.3	Eine Mode	72
5.3.1	l und m	73
5.3.2	l	74
5.4	Zwei Moden	77
5.5	Bestes Ergebnis für zwei Moden	78
5.6	Drei Moden	82
5.7	Bestes Ergebnis für drei Moden	84
6	Zusammenfassung und Aussicht	90
6.1	Zusammenfassung und Ausblick	92
	Literaturverzeichnis	95
	Danksagung	97
	Anhang	100

1 Einführung

1.1 Das Sternbild Pegasus

Pegasus ist ein geflügeltes Pferd aus der griechischen Mythologie, das den Göttern wertvolle Dienste geleistet hat, sodass ihm ein Sternbild gewidmet wurde. Im Bamberger Breitengraden ist das Sternbild Pegasus im Herbst gut zu sehen (Abb. 1.1). Markant sind die vier, in einem Quadrat stehenden Sterne, die den Körper des Pferdes darstellen. Zusätzlich lassen sich noch Vorderläufe und der Hals und Kopf des Tieres ausmachen, wobei das Pferd am Herbsthimmel für den Beobachter quasi kopfüber steht. Dort, wo sich ungefähr das Auge des Tieres erahnen lässt, steht ein Stern, auf dem das Augenmerk dieser Zulassungsarbeit liegt und der daher einer genauen Analyse unterzogen wurde: **18 Peg**.

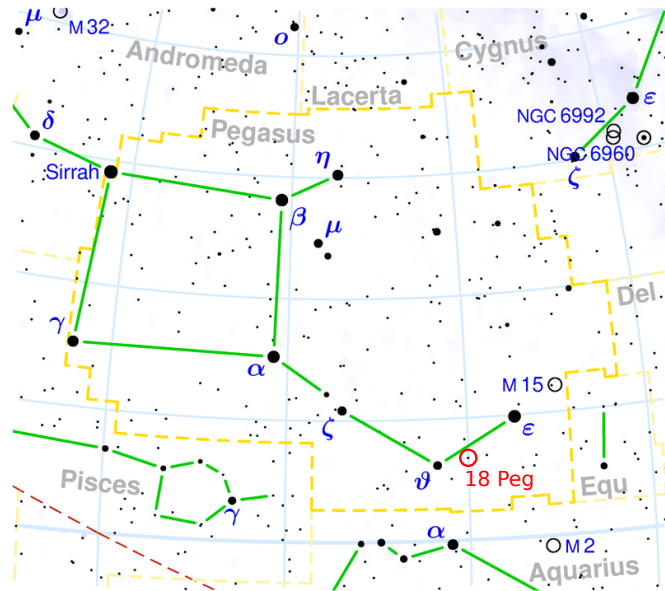


Abbildung 1.1: Sternbild Pegasus [ste, 2019]

1.2 Der Stern 18 Peg

Den Stern 18 Peg finden wir an den Koordinaten REC: $22^h 00^m 07.92^s$, DEC: $+06^\circ 43' 02.81''$. Er ist ein Hauptreihenstern vom Spektraltyp B3III. Mit einer Entfernung von $(372 \pm 25)pc$ zur Sonne hat er eine scheinbare Helligkeit von 6^{mag} (Filter: visuell), er ist somit in einer klaren Nacht in einer Gegend ohne Lichtverschmutzung gerade noch mit bloßen Auge sichtbar. Nach Irrgang et al. [2016] soll er sich in einem Doppelsternsystem mit einem Hauptreihen- oder Neutronenstern als Begleiter befinden. Seine Helligkeit ist veränderlich, er gehört zu der von Waelkens [1991] eingeführten Klasse der Slowly - Pulsating - Stars. Somit zeigt 18 Peg Schwingungen mit Perioden von 0.4 – 6 Tagen und Amplituden von <0.03 mag auf, deren asteroseismologische Analyse auf eine Grenze der oberen Hauptreihe hoffen lässt.

1.3 Sternspektren und deren Absorptionslinien

Charakteristisch für Sterne ist ihre Eigenschaft, selbst zu leuchten, indem sie ihre Energie per Kernfusion gewinnen und dann abstrahlen. Dieses Licht lässt sich analysieren, um wertvolle Informationen über den Stern zu erfahren. Dieses Verfahren nennt man *Spektroskopie*.

Die Spektroskopie

Die Spektroskopie ist ein physikalisches Verfahren, in dem das Licht durch ein Dispersionsselement in seine Wellenlängenbestandteile aufgespalten wird. Als Dispersionsselement kann ein Prisma oder ein Beugungsgitter dienen. Je höher die Auflösung¹ des erzeugten Spektrums ist, desto mehr Feinheiten lassen sich aus dem Spektrum analysieren.

Der Begriff Spektrum bezeichnet dabei die mathematische Funktion, wobei die Intensität des Lichts über die Wellenlänge aufgetragen wird.

1.3.1 Das Spektrum eines Sterns

In Abb. 1.2 werden Sternspektren der verschiedenen Spektralklassen im optischen und ultravioletten Wellenlängenbereich gezeigt.

Alle Spektren zeigen ein **kontinuierliches Emissionsspektrum** auf. Da ein Stern ein thermischer Strahler ist, kann das Spektrum durch die Planckfunktion bzw. ein *Schwarzkörperspektrum* approximiert werden. Ebenfalls gehorcht das Spektrum dem *Wien'schen Verschiebungsgesetz*, weshalb man bei heißeren Sternen ihr Maximum bei kürzeren Wellenlängen und höherer Intensität finden kann als bei kalten Sternen.

Absorptionslinien sind charakteristisch für alle Sterne und geben Informationen über die in der Sternatmosphäre vorhandenen Elemente. Während heiße Sterne nur wenige, markante Linien aufzeigen, haben kalte Sterne meist mehr Linien, die auch von Molekülen stammen können. Welche Absorptionslinien von welchen Elementen aus welcher Spektralklasse stammen, lässt sich in Katalogen nachschlagen.

Die Breite einer Absorptionslinie

Absorptionslinien haben intrinsische Breiten, die von entscheidender Bedeutung sind. Es gibt drei Möglichkeiten, von denen die Breite einer Linie resultieren kann:

Natürliche Linienbreite: Aufgrund der Heisenbergschen Energie-Zeit-Unschärferelation $\Delta E \cdot \tau = \hbar$ besitzt jedes Energieniveau mit Ausnahme des Grundzustands eine endliche

¹Für Definition des Auflösungsvermögen siehe Kapitel 3.3

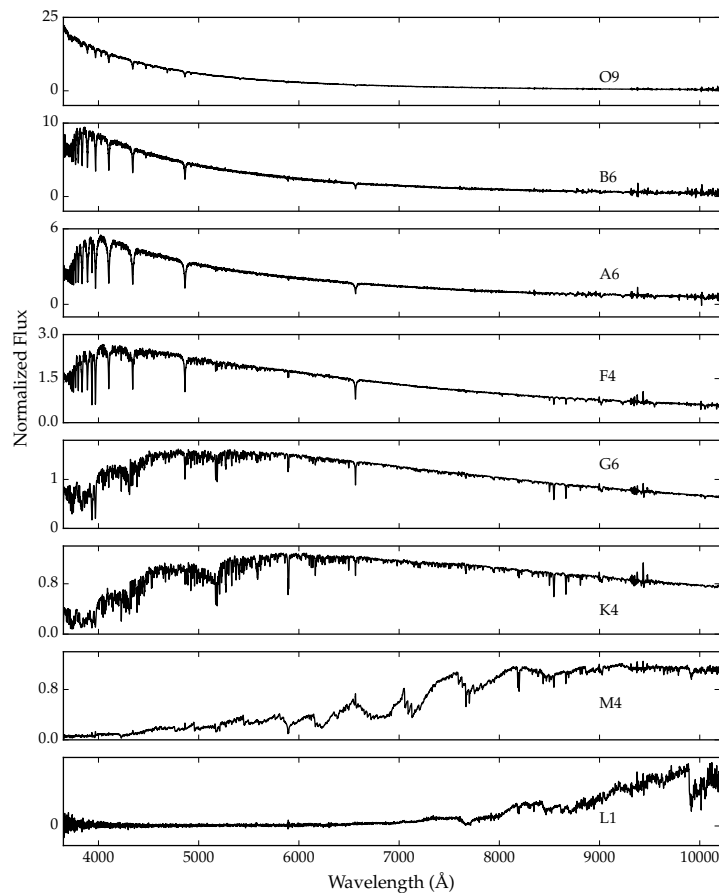


Abbildung 1.2: Sternspektren der einzelnen Spektralklassen [Kesseli et al., 2017]

Breite, woraus sich eine Linienverbreiterung ergibt, die als *natürliche Breite* bezeichnet wird.

Thermische Verbreiterung: Aufgrund der ungeordneten Bewegungen der Atome ergibt sich ein Gaußprofil. Die Atome haben gemäß der Maxwellverteilung unterschiedliche Geschwindigkeiten, die durch den Dopplereffekt gemessen werden können. Die Geschwindigkeiten sind dabei abhängig von Temperatur und Masse der Atome. Die Verbreiterung einer Linie wird durch die Superposition der einzelnen Atomgeschwindigkeiten erzeugt.

Stoßprozesse: Auf ihrem Weg können Photonen mit anderen Teilchen stoßen und wechselwirken und somit einen Teil ihrer Energie abgeben oder Energie aufnehmen. Diese Energiedifferenz spiegelt sich bei der Linienverbreiterung als Lorentzprofil wieder.

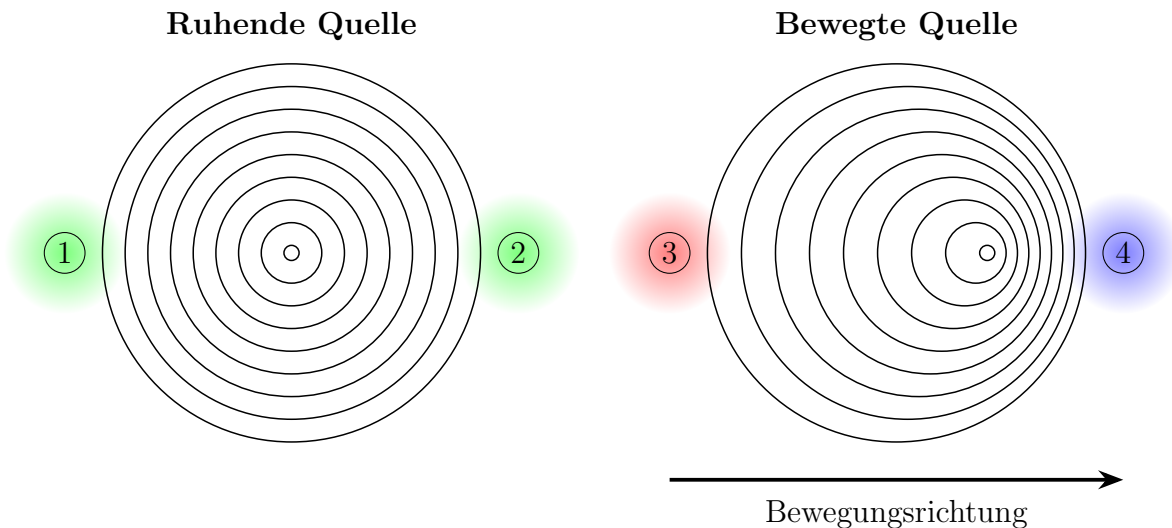


Abbildung 1.3: Illustration des Dopplereffekts

Zusätzlich kann es zu einer **instrumentellen Linienverbreiterung** kommen, die vom Messgerät erzeugt wird und auch ein Gaußprofil bildet. Ist die instrumentelle Verbreiterung größer als die intrinsische, lässt sich nichts über die Daten aussagen. Daher werden für die Auswertung und Ermittlung der Pulsationsmoden Spektren mit hoher Auflösung benötigt.

1.3.2 Der Dopplereffekt

Vergleicht man die Position einer gemessenen Spektrallinie in einem Sternspektrum mit der einer im Labor aufgenommenen Linie, so kann die Position beider Linien unterschiedlich sein. Dieses Phänomen kann aus dem Dopplereffekt resultieren, der einen Wellenlängenshift aufgrund einer vorhandenen Radialgeschwindigkeit der Quelle (oder des Beobachters) beschreibt.

In Abb. 1.3 wird eine Punktquelle gezeigt, die radiale Wellen erzeugt. Befindet sich die Quelle in Ruhe, so besitzen die Wellenberge (gekennzeichnet als konzentrische Kreise) in alle Richtungen den selben Abstand. Das bedeutet, dass der Beobachter an Position 1 die selbe Wellenlänge (hier: grün) wahrnimmt wie der Beobachter an Position 2.

Befindet sich die Quelle jedoch in Bewegung (in Abb. 1.3 Bewegung zum rechten Rand), verändert sich der Abstand der Wellenberge und somit auch die Wellenlänge. Der Beobachter an Position 3 sieht das Licht rotverschoben (zu längeren Wellenlängen), da sich die Lichtquelle von ihm entfernt. Der Beobachter an Position 4 sieht das Licht blauverschoben (kürzere Wellenlängen), weil die Quelle sich auf ihn zubewegt. Dieses Phänomen nennt man Dopplereffekt.

Anhand der Rot-/Blauverschiebungen der Linien in einem Spektrum lässt sich auch die Radialgeschwindigkeit des Sterns ermitteln.

Während der Pulsation eines Sterns gibt es über die Sternoberfläche verteilt Bereiche, die sich zum Beobachter hin oder weg bewegen. In den oberflächengemittelten Spektren sieht man Linienprofilvariationen, die vom Dopplereffekt stammen. Durch sie kann die Sternpulsation identifiziert werden.

1.3.3 Das Spektrum des Sterns 18 Peg

Im Anhang dieser Arbeit wird das vollständige Spektrum des Sterns 18 Peg gezeigt, welches an der Dr. Karl Remeis-Sternwarte Bamberg in der Nacht vom 14.09.2019 auf den 15.09.2019 mit einem *PlaneWave CDK20* Cassegrain Teleskop und einem *BACHES* Echelle Spektrographen mit einer Belichtungszeit von $30 \times 7 \text{min}$ aufgenommen wurde. Da jedoch die Auflösung des Spektrums nicht ausreicht, um Pulsationen zu sehen und messen, wurde in der Auswertung in dieser Zulassungsarbeit auf hochwertigere Spektren zurückgegriffen (siehe Kapitel 3.2).

1.4 Die Sternklassifikation und das Hertzsprung-Russell-Diagramm

1.4.1 Die Sternklassifikation nach Harvard

Gemäß ihrer spektralen Eigenschaften lassen sich Sterne in folgende Klassen unterteilen:

O - B - A - F - G - K - M

Chemisch verschiedene Elemente, deren Absorptionslinien in den Spektren sichtbar sind, können in den Sternatmosphären gefunden werden. Abb. 1.4 zeigt auf, in welcher Sternklasse Linien welcher Äquivalentbreite gefunden werden können. Charakteristisch sind somit für jede Spektralklasse die Linienbreite der Absorptionslinien der einzelnen Elemente, die je nach Spektraltyp variieren kann.

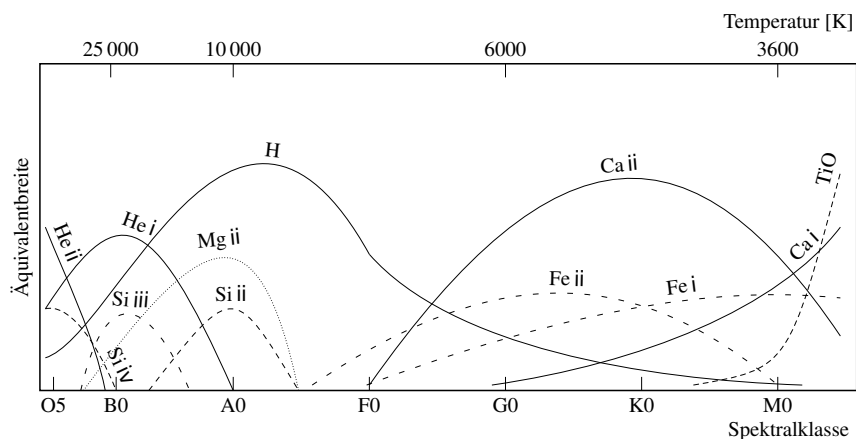


Abbildung 1.4: Äquivalentbreiten der einzelnen Spektralklassen [Karttunen, 1996]

Der in dieser Zulassungsarbeit untersuchte Stern 18 Peg besitzt die Spektralklasse B. Bei der Auswertung der Daten wurden Metalllinien ausgewählt, mitunter aus dem Grund, dass diese Linien sehr scharf sind und eine geringe Breite aufweisen

1.4.2 Das Hertzsprung-Russell-Diagramm

Das Hertzsprung-Russell-Diagramm (HRD) ist ein Diagramm, in dem Leuchtkraft über Temperatur dargestellt wird, wobei die Temperatur größer werdend nach links aufgetragen wird (siehe Abb. 1.5). Im klassischen HRD wird die absolute Helligkeit über den Spektraltyp aufgetragen. Jedoch, seit Sternatmosphärenmodelle existieren, ist es möglich, von der absoluten Helligkeit auf die Leuchtkraft und von dem Spektraltyp auf die Temperatur zu schließen. Das HRD ist seit über hundert Jahren ein Schlüssel zur Verständnis

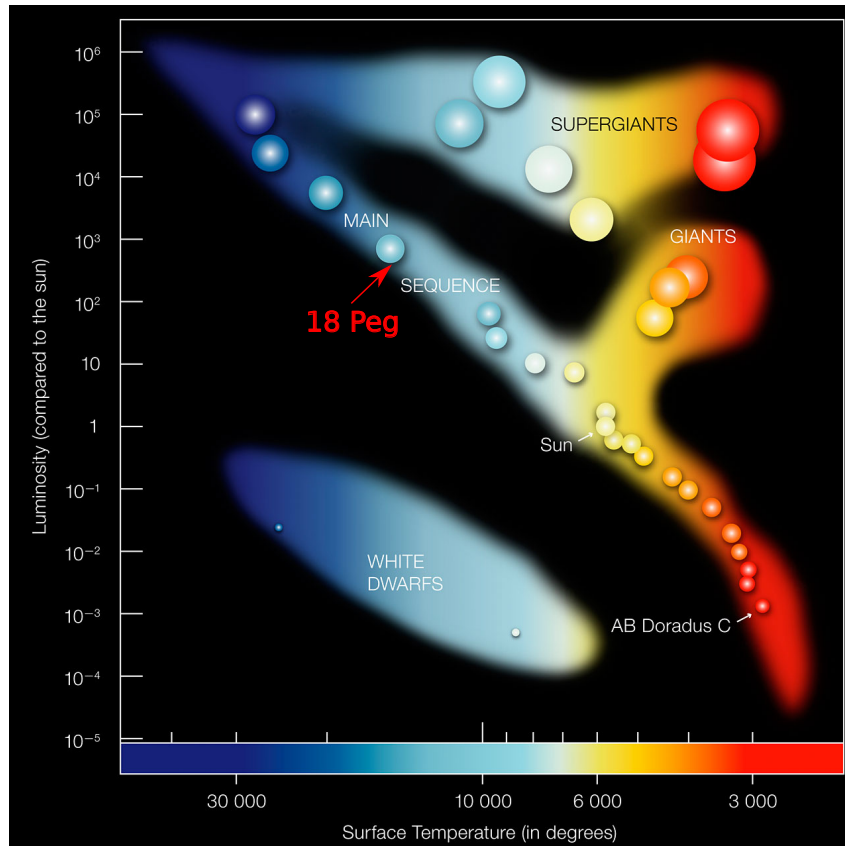


Abbildung 1.5: Hertzsprung-Russell-Diagramm mit eingezeichneter, ungefährender Position von 18 Peg [hrd, 2019]

der Sternentwicklung. Hertzsprung und später unabhängig Russell erkannten, dass Zusammenhänge zwischen der absoluten Helligkeit der Sterne mit ihrem Spektraltyp bzw. ihrer Oberflächentemperatur bestehen. Die Diagonale von links oben nach rechts unten wird als *Hauptreihe* bezeichnet. Auf ihr liegt ein Großteil der Sterne. Heute wissen wir, dass diese Sterne in ihrem Zentrum Wasserstoff zu Helium fusionieren. Je höher die Temperatur eines Hauptreihenstern ist, desto leuchtstärker ist er. Rechts befinden sich die Roten Riesen, ein Stadium, das ein Stern nach der Hauptreihe einnimmt. Sie haben deutlich größere Radien als die Hauptreihensterne, sind dagegen aber deutlich kühler. Links unten im HRD befinden sich dann die Weißen Zwerge, der Überrest von massearmen Sternen. Sie bilden eine Sequenz abnehmender Leuchtkraft mit sinkender Temperatur, die auf Abkühlung beruht.

In Abb. 1.5 ist die ungefähre Position von 18 Peg im HRD eingezeichnet.

1.4.3 Das Kiel-Diagramm

Bei dem klassischen HRD ist die Kenntnis der absoluten Leuchtkraft eines Sterns notwendig, um ihn im HRD zu kategorisieren. Das impliziert, dass die Entfernung des Sterns bekannt sein muss, was nicht bei allen Sternen der Fall ist. Spektroskopisch lässt sich leicht die Oberflächentemperatur T_{eff} und die Oberflächenbeschleunigung $\log g$ bestimmen, woraus das *Kieldiagramm* entstanden ist. Das Kieldiagramm ist mit dem HRD verwandt, jedoch wird im Kieldiagramm die Oberflächenbeschleunigung $\log g$ über die Temperatur aufgetragen. Somit beschreibt das Kieldiagramm die Oberflächeneigenschaften der Sterne. Sowohl der Gravitationsparameter g als auch die Oberflächentemperatur kann direkt aus dem Spektrum eines Sterns abgelesen werden, was dem Kieldiagramm im Gegensatz zu dem klassischen HRD den Vorteil verschafft, dass die Kenntnis über die Entfernung des Sterns nicht benötigt wird. Zu den Nachteilen des Kieldiagramms gehören die Eigenschaften, dass Sternradien oder andere Sternmerkmale nicht direkt aus dem Diagramm herausgelesen werden können. Zusätzlich erschweren große Unsicherheiten der spektroskopischen Schwerkrftermittlung die Analyse von Sternentwicklungsrechnungen. Jedoch einmal angenommen, zwei Sterne haben die gleiche Oberflächentemperatur und Leuchtkraft, aber unterschiedliche Massen, so würden sie im klassischen HRD an der gleichen Position zu finden sein (siehe Gl. (1.1)). Da die Radien dieser beiden Sterne gleich sein müssen, ist die Oberflächenschwerkraft unterschiedlich, somit sind sie im Kieldiagramm an unterschiedlichen Positionen lokalisiert und somit unterscheidbar (Gl. (1.2)) [Langer and Kudritzki, 2014].

$$L = 4\pi R^2 T_{eff}^4 \quad (1.1)$$

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad (1.2)$$

In Abb. 1.6 wird der Verlauf der Sternentwicklung für Sterne im Bereich zwischen $10M_{\odot}$ und $100M_{\odot}$ in einem klassischen HRD und einem Kieldiagramm im Vergleich gezeigt.

1.4.4 Obere Grenze der Hauptreihe im HRD

Die Breite der oberen Hauptreihe ist bis heute nicht genau bekannt. Auf der Hauptreihe finden wir Sterne mit konvektiven Kernen. Die Modellierungen von Konvektion und insbesondere des konvektiven Overshooting ist bis heute eine Herausforderung in der Astronomie, da es an selbstkonsistenten, hydrodynamischen Theorien mangelt. Die Breite der oberen Hauptreihe hängt in Sternentwicklungsmodellen von dem empirisch ermittelten Wert des konvektiven Overshooting Parameters ab, weshalb verschiedene Modelle verschiedene Breiten vorhersagen.

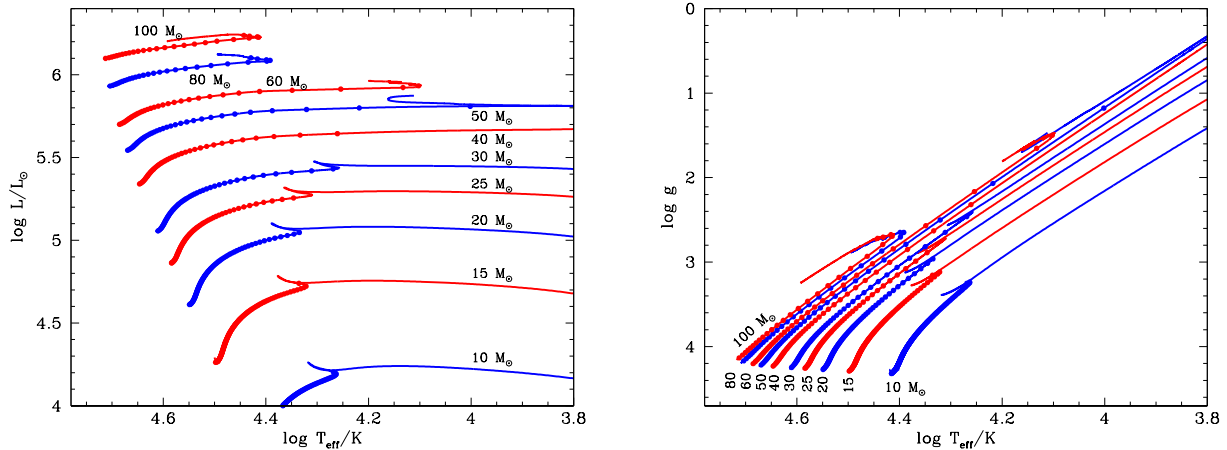


Abbildung 1.6: Verlauf von Sternentwicklungen im klassischen HRD (links) und im Kiel-diagramm (rechts) [Langer and Kudritzki, 2014]

Als Beispiel sieht man in Abb. 1.7 ein Kieliagramm, das die Entwicklung von Sternen mit $4M_{\odot}$, $5M_{\odot}$ und $7M_{\odot}$ auf der oberen Hauptreihe aus zwei berechneten Modellen (durchgezogene und gestrichelte Linien) zeigt. Die grauen Bänder in Abb. 1.7 sollen verdeutlichen, dass die Hauptreihe in beiden Modellen an unterschiedlichen Positionen endet. Zusätzlich sind in Abb. 1.7 drei Punkte eingezeichnet, die die Position von 18 Peg, ermittelt durch spektroskopische (rot), photometrische (blau) und asteroseismologische (grün) Daten zeigen. Das Kieliagramm zeigt, dass die drei unterschiedlichen Auswertungsmethoden die gleiche Temperatur für 18 Peg ermittelt haben, jedoch einen unterschiedlichen Wert für die Oberflächengravitation ergeben. Da jedoch der $\log g$ -Wert die entscheidende Größe ist, um die obere Grenze der Hauptreihe im Kieliagramm zu definieren, soll der Stern in dieser Arbeit weiter untersucht werden. Dabei geht man davon aus, dass 18 Peg sich noch auf der Hauptreihe befindet, solange er noch Pulsationen aufweist. Im Bezug auf das Kieliagramm 1.7 würde das z.B. bedeuten, dass für den roten Messpunkt beide Modelle in Frage kämen, der blaue Messpunkt jedoch ein Modell (durchgezogene Linie) ausschließen würde, da der Stern sich an dieser Position in diesem Modell nicht mehr auf der Hauptreihe befinden würde und somit keine Pulsationen mehr zeigen sollte.

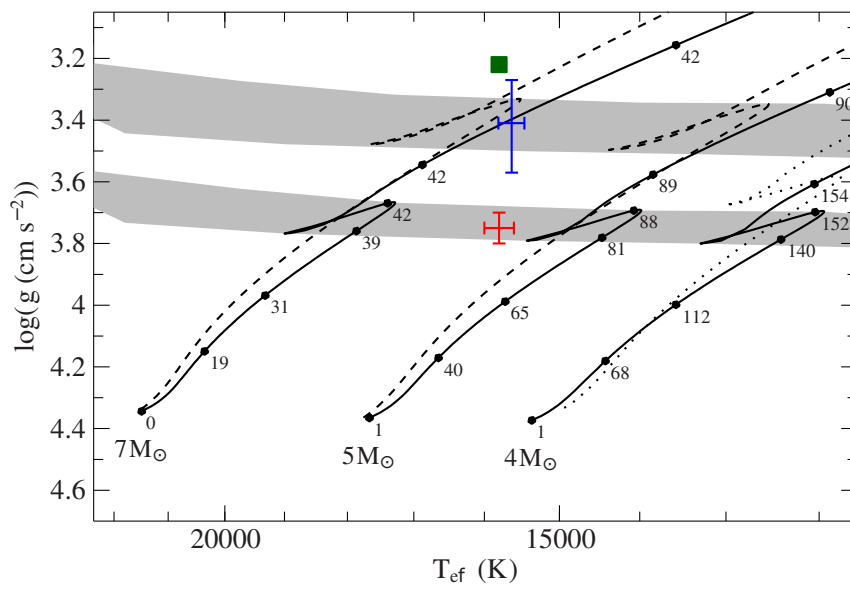


Abbildung 1.7: Kieliagramm mit verschiedenen Entwicklungsmodellen [Irrgang et al., 2016]

2 Allgemeine physikalische Grundbegriffe und Phänomene aus der Stellarastronomie

2.1 Der Sternaufbau

2.1.1 Der allgemeine Aufbau

Allgemein werden Sterne als Sphären beschrieben, da sie massereich sind und somit durch die Gravitation zu Kugeln geformt werden. Des Weiteren lässt sich ein Stern in folgende Regionen mit unterschiedlichen Eigenschaften aufteilen, wie in Abb. 2.1 dargestellt:

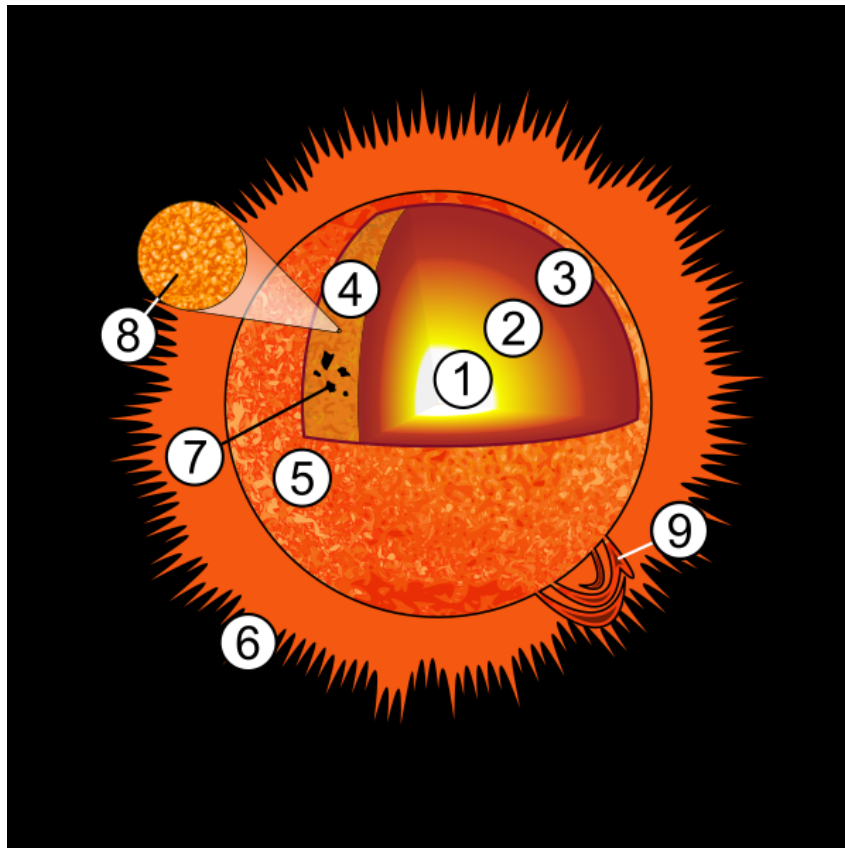


Abbildung 2.1: Sternaufbau [Pbroks13, 2019]

1. Kern:

Im Zentrum des Sterns findet die Kernfusion statt, da Temperatur und Druck hoch genug sind, um thermonukleare Reaktionsprozesse zu ermöglichen.

2. / 3. Strahlungszone / Konvektionszone:

Dies sind Zonen, in denen die Energie, die im Zentrum des Sterns gewonnen wurde, nach außen transportiert wird. Dabei spielt Konvektion und der Strahlungstransport eine wichtige Rolle, Wärmeleitung ist dagegen vernachlässigbar. Meist gibt es zwei Zonen, eine radiative und eine konvektive. Bei massearmen Sternen ($M < 8M_{\odot}$) nimmt man radiative Kerne und konvektive Hüllen, bei massereichen Sternen ($M > 8M_{\odot}$) konvektive Kerne und radiative Hüllen an.

4. **Photosphäre:**

Als Photosphäre bezeichnet man die untere Schicht der Sternatmosphäre. Durch sie wird das Spektrum im sichtbaren Bereich charakterisiert.

5. **Chromosphäre:**

Direkt an die Photosphäre schließt sich die Chromosphäre an.

6. **Korona:**

Die Korona ist der äußerste Teil der Sternatmosphäre und zeichnet sich durch seine geringe Dichte und hohe Temperatur aus.

7. **Sternflecken:**

Sternflecken sind als dunklere Bereiche auf der Sternoberfläche beobachtbar. Da sie kühler sind als der Rest der Oberfläche, strahlen sie weniger sichtbares Licht ab und wirken daher als schwarze Flecken. Sie sind vergänglich und ein Maß für die Sternaktivität.

8. **Granulen:**

Als Granulen bezeichnet man die körnige Oberflächenstruktur eines Sterns. Diese Granulen sind ein thermisches Phänomen und hängen mit der Konvektion zusammen.

9. **Protuberanzen:**

Protuberanzen werden als Masseauswürfe an der Oberfläche des Sterns bezeichnet. Sie sind als leuchtende Bögen am Sternrand beobachtbar [Carroll and Ostlie, 2007].

2.1.2 Die Sternaufbaugleichungen

Die *Sternaufbaugleichungen* sind theoretische und mathematische Beschreibungen des inneren Aufbaus von Sternen. Sie sind ein Gleichungssystem mit vier gekoppelten Differentialgleichungen, die die grundlegenden, für die Physik typischen Erhaltungs- und Transportgrößen beschreiben. Sie behandeln

- die Massenerhaltung,
- das hydrostatische Gleichgewicht,
- die Energieerhaltung und
- den Energietransport.

KAPITEL 2. ALLGEMEINE PHYSIKALISCHE GRUNDBEGRIFFE UND PHÄNOMENE AUS DER STELLARASTRONOMIE

Die numerischen Lösungen dieses Gleichungssystems sind dann die sogenannten *berechneten Sternmodelle*, die den Aufbau des Sterninneren beschreiben sollen.

Annahmen

Es wird angenommen, dass der Stern eine sphärische Symmetrie aufweist, sich im hydrostatischen Gleichgewicht befindet und außerhalb des Kerns chemisch homogen aufgebaut ist (keine Flecken).

Die Massenerhaltung

Betrachtet wird hierbei die Masse dm einer infinitesimal dicken Kugelschale der Dicke dr innerhalb eines Sterns (siehe Abb. 2.2). Die Masse m_r , die eine Kugel des Radius r einschließt, lässt sich über Gl. (2.1) berechnen:

$$m_r = 4\pi \int_0^r r^2 \rho(r) dr, \quad (2.1)$$

wobei $\rho(r)$ die Dichte am Radius r angibt. Aus der Differenz von m_{r+dr} und m_r ergibt sich die folgende, erste Differentialgleichung (2.2):

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (2.2)$$

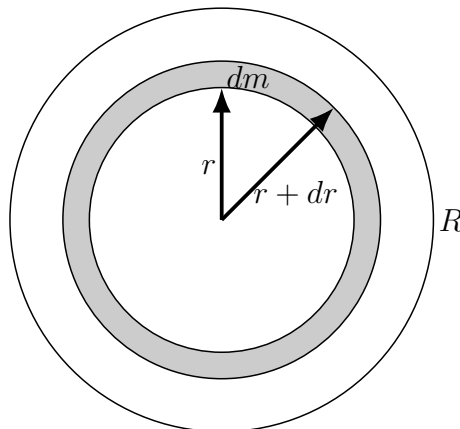


Abbildung 2.2: Stern mit Radius R , Masse dm einer infinitesimal dünnen Kugelschale der Höhe dr

Das hydrostatische Gleichgewicht

Das hydrostatische Gleichgewicht fordert ein Kräftegleichgewicht an jedem Punkt in einem Stern. Betrachtet wird hier eine Fläche dA , auf die sowohl die Gravitation als auch der Auftrieb wirkt (siehe Abb. 2.3).

$$dF_g = -\frac{Gm_r dm}{r^2} = -\frac{Gm_r \rho(r)}{r^2} dA dr \quad (2.3)$$

Gl. (2.3) beschreibt die Gravitationskraft dF_g , die auf die Fläche dA wirkt. Das Minuszeichen zeigt, dass sie zum Sternzentrum gerichtet ist. Dabei wurde Newtons Gesetz und Gl. (2.2) verwendet.

$$dF_a = dA(p_{r+dr} - p_r) = dA dp \quad (2.4)$$

Gl. (2.4) beschreibt die Auftriebskraft dF_a , die sich aus der Fläche dA und dem Druckgradienten dp zusammensetzt.

Setzt man Gl. (2.3) und (2.4) gleich, erhält man die zweite Differentialgleichung (2.5):

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{Gm_r \rho(r)}{r^2} \quad (2.5)$$

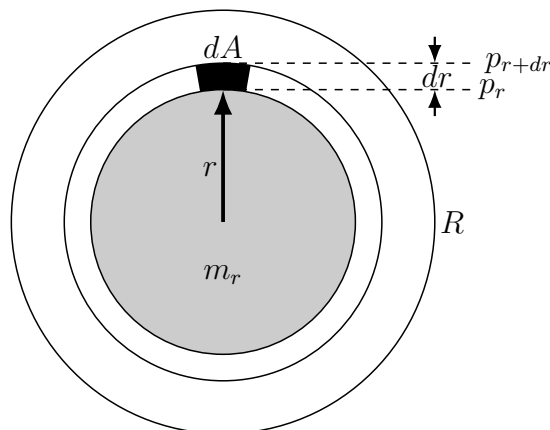


Abbildung 2.3: Stern mit Radius R , Fläche dA und Druckgradient dp

Die Energieerhaltung

Die Energieerhaltung wird auch *Kontinuitätsgleichung der Leuchtkraft L* genannt. Sie setzt sich als Produkt aus dem Energieproduktionskoeffizient $\epsilon(r)$ und dem Massenelement dm zusammen. Daraus ergibt sich die dritte Differentialgleichung (2.6).

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \epsilon(r) \quad (2.6)$$

Der Energietransport

Der Energietransport in einem Stern lässt sich in den radiativen und konvektiven Energietransport unterteilen.

Der radiative Energietransport

Die Differentialgleichung (2.7) beschreibt die vierte Sternaufbaugleichung, wenn der Energietransport via Strahlung erfolgt.

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac} \frac{\kappa\rho}{T^3} \frac{L}{4\pi r^2} \quad (2.7)$$

mit

$$a = \frac{8\pi^5 k^4}{15h^3 c^3}, \quad (2.8)$$

wobei k die Boltzmann Konstante, h das Planck'sche Wirkungsquantum und c die Lichtgeschwindigkeit ist.

Wie man aus Gleichung (2.7) erkennt, hängt die Sternaufbaugleichung von der Opazität κ ab, also der Menge der absorbierten Photonen. Ebenso erkennt man eine Abhängigkeit von der Dichte ρ , der Temperatur T , der Leuchtkraft L und dem Radius r .

Der konvektive Energietransport

Nach Schwarzschild wird die letzte Sternaufbaugleichung, die den konvektiven Energietransport beschreibt, durch die Differentialgleichung (2.9) beschrieben.

$$\frac{dT}{dr} = \frac{\Gamma_2 - 1}{\Gamma_2} \frac{T}{P} \frac{dP}{dr}, \quad (2.9)$$

wobei Γ_2 der zweite adiabatische Exponent ist [Clayton, 1968].

2.1.3 Das konvektive Overshooting

Das konvektive Overshooting beschreibt das Phänomen, in dem Material aus der Konvektionszone in den radiativen Bereich dringt bzw. Material aus dem radiativen Bereich in die Konvektionszone gelangt. Das geschieht aufgrund des Impulses des bewegten Materials in der Konvektionszone.

Betrachtet man massereiche Sterne, so sind ihre Kerne konvektiv, ihre Hüllen radiativ. Bei einem konvektiven Overshooting wird demnach Material aus den äußeren Hüllen in das Zentrum des Sterns befördert, was die Brennphase und somit das Verhalten des Sterns im HRD während seiner Lebensdauer erheblich beeinflusst, wie Abb. 2.4 zeigt.

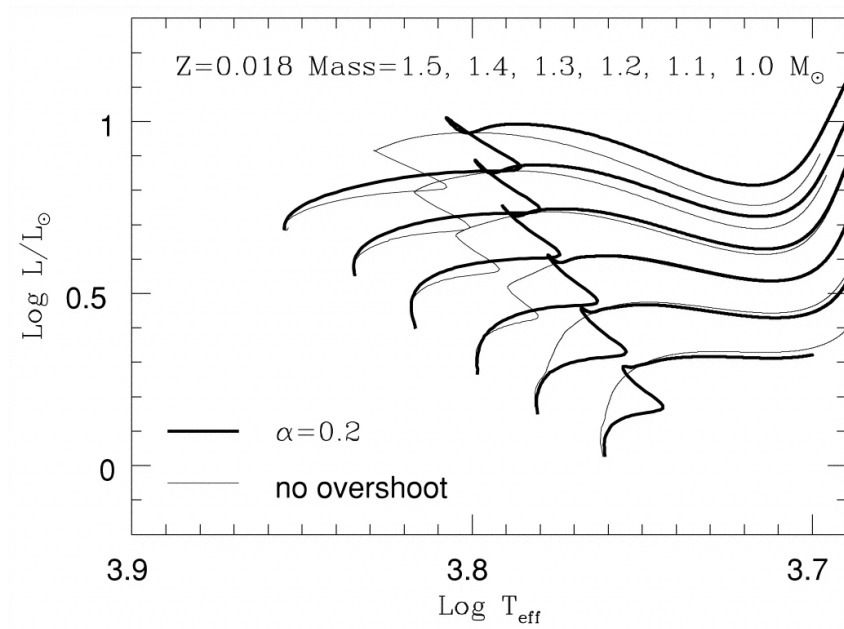


Abbildung 2.4: Modell des Verhaltens von Sternen unterschiedlicher Massen im HRD, ohne und mit konvektiven Overshooting [Woo and Demarque, 2001]

2.2 Die Sternentwicklung

2.2.1 Der kosmische Materiekreislauf

Der kosmische Materiekreislauf und somit die allgemeine Sternentwicklung ist in Abb. 2.5 dargestellt.

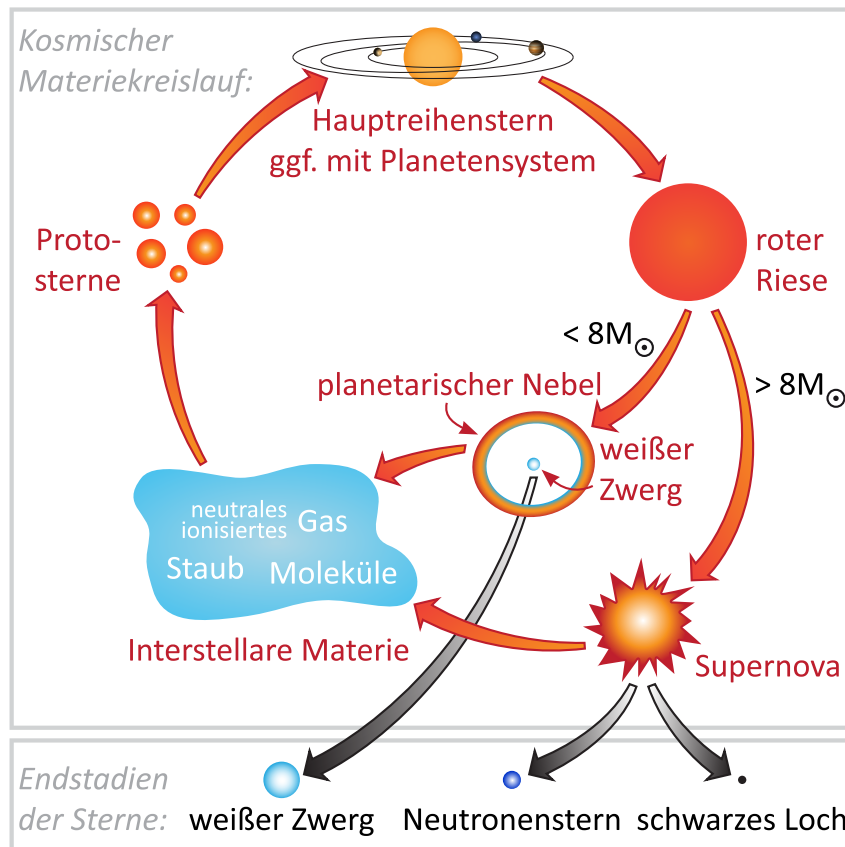


Abbildung 2.5: Kosmischer Materiekreislauf [Kiehlmann, 2019]

Sternentstehung

Das ursprüngliche Material, aus dem ein Stern entsteht, sind Gas- und Molekülwolken. Diese können z.B. Überreste einer Supernova sein. Aufgrund der Gravitation verdichten sich diese Wolken. Bei diesem gravitativen Kollaps steigen sowohl Temperatur als auch Druck an. Bei genügend hohem Druck und Temperatur zündet die Kernfusion und das Hauptreihenstadium des Sterns beginnt.

Hauptreihensterne

Charakteristisch für Hauptreihensterne ist die Fusion von Wasserstoff zu Helium. Dabei stellt sich das sogenannte *hydrostatische Gleichgewicht* ein, was ein Gleichgewicht

zwischen Schwerkraft und Druckgradient, der aufgrund der Energieerzeugung im Zentrum des Sterns entsteht, ist. Generell ist das Hauptreihenstadium die längste Phase der Sternentwicklung. Die weitere Entwicklung ist stark von der Masse des Sterns abhängig. Generell leben massereiche Sterne kürzer als massearme.

Entwicklung massearmer Sterne ($M < 8M_{\odot}$)

Nachdem der Wasserstoffvorrat im Kern aufgebracht ist, erlischt das H-Brennen im Zentrum des Sterns. Damit verlässt der Stern sein Hauptreihenstadium. Während der Kern aufgrund der Gravitation und des reduzierten Gas- und Strahlungsdrucks kontrahiert, expandiert die Hülle, da sich das Wasserstoffbrennen in eine Schale um den Kern verlagert. Dadurch beginnt die *Riesenphase*. Charakteristische Merkmale sind größere Sternradien, höhere Leuchtkräfte und geringere Temperaturen als der ursprüngliche Hauptreihenstern, sowie starker Massenverlust durch Sternwinde. Ist die Zentraldichte und -temperatur hoch genug, setzt das Heliumbrennen im Kern ein. Da zuvor der Kern entartet war, kommt es dabei zu einem sogenannten *Heliumflash*. Danach befindet sich der Stern im HRD auf dem *Horizontalast*. In dieser Phase wird im Kern Helium zu Kohlenstoff fusioniert, während das H-Schalenbrennen in weiter äußeren Teilen des Sterns stattfindet. Ist der Heliumvorrat im Kern versiegt, verlagert sich das Heliumbrennen wiederum in eine äußere Schale, jedoch noch innerhalb der Wasserstoffschale. Diese Phase des 2-Schalenbrennens wird im HRD als *Asymptotischer Riesenast* bezeichnet, welcher parallel zum Riesenast, jedoch etwas leuchtstärker verläuft. Am Ende dieser Phase wird die äußere Hülle des Sterns abgestoßen und bildet einen *planetarischen Nebel*, während der Kohlenstoffkern des Sterns als *Weißer Zwerg* übrig bleibt.

Entwicklung massereicher Sterne ($M > 8M_{\odot}$)

Das Hauptreihenstadium verlässt ein massereicher Stern, nachdem der Wasserstoffvorrat in seinem Zentrum erschöpft ist. Daraufhin bildet sich eine dicke Schale um den Heliumkern, in der Wasserstoff zu Helium fusioniert wird. Da das Wasserstoffbrennen im Zentrum erloschen ist, stoppt auch die Konvektion im Kern. Nach Expansion der Sternhülle und einsetzender Konvektionszone in dem äußeren Bereich des Sterns beginnt die *Rote Riesenphase*, in der der Kern kontrahiert und sich erwärmt. Daraufhin folgt das charakteristische Schalenbrennen, in dem höhere Elemente in Schalen erzeugt werden. Dies ist nur in massereichen Sternen möglich, da im Kern entsprechend hohe Temperaturen und Drücke herrschen müssen, was bei massearmen Sternen nicht der Fall ist. Ist im Kern die Fusion zu Eisen erreicht, sammelt sich ein Eisenkern im Zentrum an, da die Fusion zu schwereren Elementen Energie benötigen würde anstatt sie freizusetzen. Überschreitet die Masse des Eisenkerns das *Chandrasekhar Limit*, explodiert der Stern in einer *Super-*

nova Typ II. Übrig bleibt ein *diffuser Supernova-Überrest* und ein *Neutronenstern* oder *Schwarzes Loch*.

2.2.2 Die Sternentwicklung auf der Hauptreihe (B-Sterne)

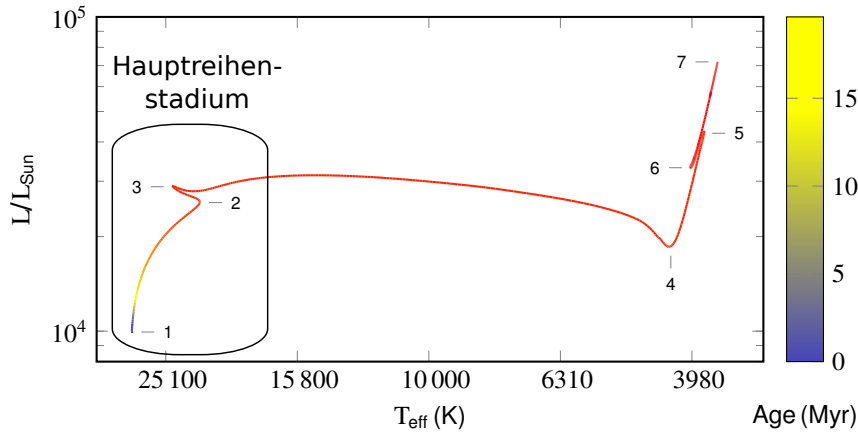


Abbildung 2.6: Verlauf der Sternentwicklung im HRD für einen massereichen Stern, Bildvariation von [Irrgang, 2018]

Der Verlauf der Sternentwicklung im HRD wird für einen massereichen Stern in Abb. 2.6 gezeigt, wobei das Hauptreihenstadium gekennzeichnet ist. Dabei wird der Stern in Punkt 1 als *ZAMS* bezeichnet, was für *Zero Age Main Sequence* steht. Somit befindet sich der Stern bei Beginn des Wasserstoffbrennens im Kern auf der Nullalter - Hauptreihe im HRD. Während seiner Hauptreihenphase wandert ein massereicher Stern im HRD nach oben rechts, er wird also während seines Hauptreihenstadiums leuchtstärker und kühler. Der Leuchtkraftanstieg lässt sich durch die Abnahme der Teilchenzahl und den Anstieg der mittleren Atommasse beschreiben, da vier Protonen zu einem Heliumkern fusioniert werden. An der Grenze von aktiv fusionierendem Wasserstoffkern und inaktiver Wasserstoffhülle herrscht ein Gleichgewicht von Temperatur und Druck. Somit ist die Teilchendichte auf beiden Seiten identisch. Aufgrund der abnehmenden Teilchenzahl im Kern kann das Gleichgewicht nur durch die Masseverteilung im Zentrum aufrecht erhalten werden. Daraus folgt ein Anstieg der Zentraltemperatur und somit ein Anstieg der nuklearen Reaktionsrate. Daher steigt die Leuchtkraft.

Während der Hauptreihenphase vergrößert sich der Radius des Sterns. Dies führt zur Abkühlung der Oberfläche. Daher bewegt sich der Stern im HRD nach rechts.

Bei Punkt 2 in Abb. 2.6 befindet sich das Ende der Hauptreihenphase. Hier ist der Wasserstoffvorrat im Kern aufgebraucht. Dass durch das Versiegen des H-Brennens der Kern seine konvektive Eigenschaft verliert, sieht man an dem „Haken“ im HRD (Punkt 3 in Abb. 2.6). Darauf folgt die Rote Riesenphase (4–7 in Abb. 2.6) [Kippenhahn et al., 2012].

2.2.3 Einfluss des konvektiven Overshootings auf die Sternentwicklung

Da durch das konvektive Overshooting Wasserstoff als neues Brennmaterial aus den äußeren Schichten des Sterns in den fusionsaktiven Kern transportiert wird, hat dieses Phänomen Auswirkungen auf die Lebenszeit und die Entwicklung des Sterns im HRD. Die Abb. 2.7 von Irrgang et al. [2016] zeigt verschiedene Entwicklungsmodelle im Vergleich zur Lage des pulsierenden Sterns 18 Peg mit unterschiedlich starkem konvektiven Overshooting im HRD. Das Erforschen der genauen Lage von 18 Peg im HRD anhand asteroseismologischer Daten gibt Aufschluss über den konvektiven Overshooting Prozess und ist somit eine Möglichkeit, eine obere Grenze der Hauptreihe im HRD zu definieren, da weiterentwickelte Sterne keine Pulsation mehr zeigen sollten.

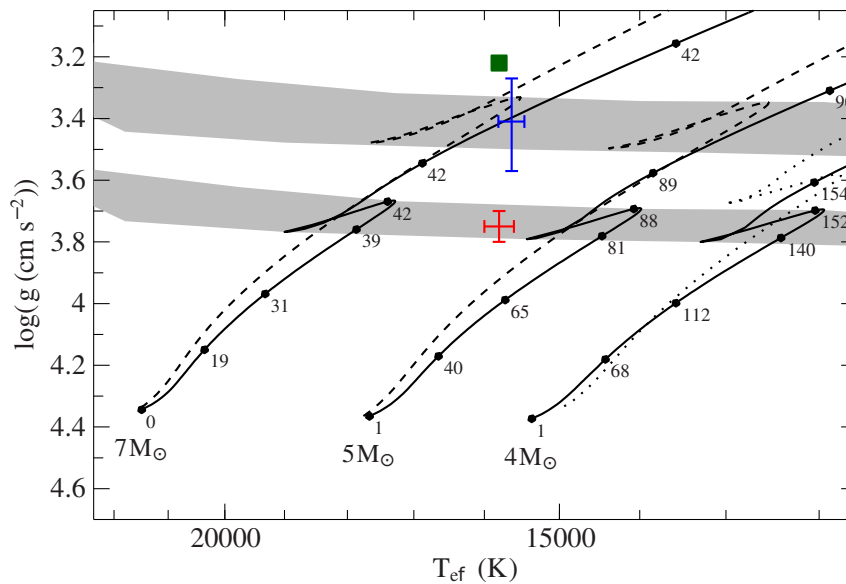


Abbildung 2.7: Hauptreihenentwicklung im HRD mit unterschiedlich hohem Einfluss des konvektiven Overshootings [Irrgang et al., 2016]

2.3 Pulsierende Sterne

Die Pulsationstheorie beschäftigt sich mit den Schwingungen von Sternen. Durch sie ist es möglich, nicht nur die Oberfläche der Sterne zu untersuchen, sondern auch das Innere eines Sterns durch den Vergleich mit beobachteten Schwingungseigenschaften (*Asteroseismologie*). Jeder Stern weist Eigenschwingungen auf. So wie verschiedene Instrumente verschieden klingen, hat auch jeder Stern seine eigene Schwingungsart. Durch die Analyse des Lichts dieser Sterne lassen sich Frequenzen, Amplituden und Phasen dieser Schwingungen ermitteln, womit sich detailliertere Informationen bzgl. des inneren Aufbaus des Sterns folgern lassen.

Folgende Abbildung 2.8 zeigt viele verschiedene Klassen an pulsierenden Sternen, die über das ganze HRD verteilt sind.

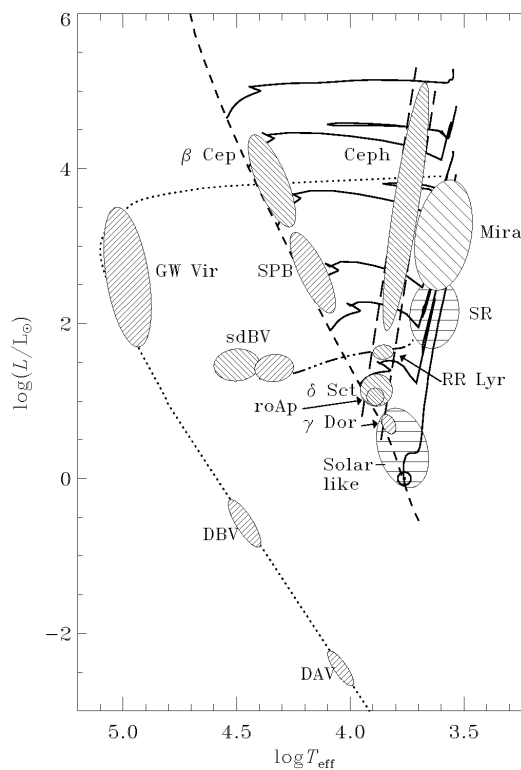


Abbildung 2.8: HRD mit eingezeichneten Klassen an pulsierenden Sternen
 [Aerts et al., 2010]

2.3.1 Pulsatoren auf dem Roten Riesenast

δ Cepheiden (δ Cep)

Die δ Cepheiden sind aufgrund ihrer strengen Periode - Leuchtkraft - Beziehung die wohl bekanntesten pulsierenden Sterne. Bei ihnen handelt es sich um Riesensterne. Sie sind also im HRD auf dem Instabilitätsstreifen oberhalb der Hauptreihe zu finden. Benannt wurden die δ Cepheiden nach ihrem Prototyp δ Cephei im Sternbild Cepheus. Entdeckt und zum ersten Mal erwähnt wurde diese Klasse von pulsierenden Sternen 1784 von J. Goodricke. Die δ Cepheiden zählen zu den radialen¹ Pulsatoren. Ihre Perioden können zwischen 1 bis 130 Tagen liegen und die Amplitude kann bis zu 2 mag schwanken. Aufgrund ihrer strengen Periode - Leuchtkraft - Beziehung werden sie oft zur Berechnung von Entfernungen (per Entfernungsmodul) verwendet (sowohl in unserer eigenen Galaxie als auch für extragalaktische Systeme) und gelten daher als *Standardkerze* für Entfernungsberechnungen.

RR - Lyrae Sterne (RR Lyr)

Die RR - Lyrae Sterne sind eng mit den δ Cepheiden verwandt. Sie sind ebenfalls Riesensterne im Instabilitätsstreifen, haben jedoch eine geringere Masse und daher eine geringere Leuchtkraft als die δ Cepheiden und befinden sich deswegen im HRD unter den δ Cepheiden, jedoch noch über der Hauptreihe. Auch sie sind radiale Pulsatoren und pulsieren mit einer geringeren Amplitude als die δ Cepheiden, jedoch mit einer deutlich kürzeren Periode von 0.2 bis 1 Tag. Somit sind bei den RR - Lyrae Sternen ein bis zwei vollständige Pulsationen in nur einer Nacht beobachtbar. Häufig findet man diese alten und massearmen Riesensterne vom Spektraltyp A bis F in Kugelsternhaufen, weshalb sie auch häufig *Haufensterne* genannt werden. Benannt wurden die RR - Lyrae Sterne nach ihrem Prototyp RR Lyrae im Sternbild Lyra (Leier). Wie auch die δ Cepheiden folgen sie einem strengen, periodischen Lichtwechsel, weshalb auch sie als Standardkerze für Entfernungsberechnungen gelten, jedoch für kleinere Distanzen als bei den δ Cepheiden.

Mira Sterne

Ebenfalls im Riesenast zu finden sind die sogenannten Mira Sterne, benannt nach ihrem Protostern Mira im Sternbild Walfisch. Diese roten Überriesen mit spätem Spektraltyp M, S oder C zählen zu den langperiodischen (radialen) Pulsatoren, da ihre Perioden von 80 bis zu 1.000 Tagen reichen können. Typisch für diese Sterne sind Molekülabsorptionslinien

¹Die Unterscheidung zwischen radialen und nicht-radialen Pulsationen erfolgt in Kapitel 2.4.3.

im Spektrum und ihre starken stellaren Winde. Ein ebenfalls auffälliges Merkmal dieser Sterne sind ihre großen Pulsationsamplituden. Da kleine Temperaturänderungen bei Mira Sternen schon starke Änderungen der Helligkeit hervorrufen, können Mira Sterne um eine Amplitude von bis zu 10 mag pulsieren.

2.3.2 Weiße Zwerge als Pulsatoren

Forschungsergebnisse berichten, dass auch weiße Zwerge Pulsationen hauptsächlich in nicht-radialen Pulsationsmoden aufweisen.

DA - Veränderliche (DAVs / ZZ Ceti Sterne)

Die ZZ Ceti Sterne sind weiße Zwerge, in deren Hülle noch Wasserstoff enthalten ist. Sie stehen am Ende der Abkühlungssequenz von weißen Zwergen, sind somit im HRD auf der Verlängerung des Instabilitätsstreifen der δ Cepheiden nach unten zu finden. Ihre Effektivtemperatur beträgt $\sim 12.000K$.

DO - Veränderliche (DOVs) und GW - Vir Sterne

Die DOVs als auch die GW - Vir Sterne befinden sich am heißen Ende der Abkühlungssequenz für weiße Zwerge. Daher betragen ihre Temperaturen $80.000K \lesssim T_{eff} \lesssim 140.000K$. Sie können bis zu 125 verschiedene Pulsationsmoden gleichzeitig aufweisen und haben Perioden von 3 bis 10 Minuten.

2.3.3 Pulsatoren auf der Hauptreihe

Auch die Sterne auf der Hauptreihe, dem Herzstück des HRD, können pulsieren.

Solarlike Pulsatoren

Ende der 50er, Anfang der 60er Jahre geriet die Sonne mehr und mehr in den Mittelpunkt astronomischer Forschung. Der US-Professor Robert Leighton untersuchte zu dieser Zeit die Geschwindigkeiten von Gasen auf der Oberfläche der Sonne. Später sollte sich herausstellen, dass die Sonne gewissen Eigenschwingungen unterliegt, deren Perioden im Bereich von 5 Minuten liegen. Dies war die Geburtsstunde der *Helioseismologie*, der Wissenschaft über die Oszillationen in der Sonne. Durch diese nicht-radialen, akustischen Schwingungen lassen sich Rückschlüsse auf den inneren Aufbau der Sonne ziehen, welche mit bereits

vorhandenen, berechneten Modellen verglichen werden können. Auch andere Sterne, die sich im HRD auf der Hauptreihe in näherer Umgebung von unserer Sonne befinden, zeigen solche Arten von Pulsationen. Sie alle zählen zu den sogenannten *Solarlike Pulsatoren*.

δ Scuti Sterne (δ Sct)

Die δ Scuti Sterne werden auch Zwerg Cepheiden genannt, da sie sich auf der Hauptreihe genau dort befinden, wo sich die Hauptreihe mit dem Instabilitätsstreifen der δ Cepheiden kreuzt. Diese Hauptreihensterne der Spektralklassen A bis F zeigen nicht-radiale Pulsationen mit kleinen Amplituden (~ 0.8 mag) und Perioden unterhalb von 0.3 Tagen. Vor allem bei dieser Klasse von pulsierenden Sternen sieht man meist Kombinationen (Interferenzen) von Grund- und Oberschwingungen.

β Cephei Sterne (β Cep)

Die β Cephei Sterne wurden nach ihrem Protostern β Cephei benannt und liegen im oberen Teil der Hauptreihe. Diese heißen, schweren Sterne strahlen vor allem im UV Bereich und zeigen Pulsationsperioden von wenigen Stunden mit Amplituden bis zu 0.2 mag.

Slowly pulsating B Sterne (SPB)

Der in dieser Zulassungsarbeit behandelte Stern 18 Peg gehört zu der Gruppe der *Slowly pulsating B* Sterne (SPB), er ist also im oberen, leuchtstarken Bereich der Hauptreihe zu finden.

Die SPB Sterne sind Hauptreihensterne mit der Spektralklasse B, wie der Name schon vermuten lässt. Sie befinden sich also am heißeren Ende der Hauptreihe im HRD, jedoch noch unter den β Cephei Sternen. Sie zeigen mit ihren multiperiodischen Pulsationen sowohl Helligkeits- und Farbveränderungen als auch Linienprofilvariationen in ihrem Spektrum und sind daher ein interessantes Zielobjekt für die Asteroseismologie. Erstmals wurde diese Klasse von pulsierenden Sternen von C. Waelkens [1991] anhand von Auswertung photometrischer Daten definiert. Der Prototyp der SPB Sterne ist der Stern 53 Persei, weshalb für diese Sterne auch der Begriff *53 Persei variable* vorkommt. Generell handelt es sich bei SPB Sternen um B-Klasse-Sterne mit Massen von $3M_{\odot} \lesssim M \lesssim 12M_{\odot}$, die eine langsame Eigenrotation besitzen.

SPB Sterne sind nicht-radiale Pulsatoren, die mit multiperiodischen g Moden in Perioden von 0.4 bis 6 Tagen schwingen. Daher stammt das „*slowly pulsating*“ im Namen, weil sie langsamer als die β Cepheiden pulsieren. Der Antriebsmechanismus ist bei den SPB Sternen der κ - *Mechanismus*.

2.4 Eigenschaften von Sternpulsation

In diesem Kapitel soll die Physik der Sternpulsation erklärt werden.

2.4.1 Eigenschwingungen

Jeder Körper, der in Schwingung versetzt wird, weist eine Eigenschwingung auf. Dies ist eine Schwingung, die ein schwingungsfähiges System bevorzugt einnimmt. Individuelle Eigenschwingungen sind charakteristisch für jeden individuellen Körper und werden durch seine Form und seine Eigenschaften, also nur durch Randbedingungen, geprägt. Oft treten unter den Eigenschwingungen stehende Wellen auf, die sich aus Überlagerung zweier gegenläufiger Wellen gleicher Frequenz und Amplitude ergeben. Beispielsweise kann man zum näheren Verständnis das Schwingen einer Saite (z.B. einer Gitarre) betrachten, wie in Abb. 2.9 dargestellt (**1dim**). Eine stehende Welle besteht aus Knotenpunkten, an deren Stellen die Auslenkung der Welle stetig null ist, und schwingenden Wellenbräuchen, an deren Stellen die Schwingung maximale Amplitude erreicht. Wie bereits erwähnt, hängen Eigenschwingungen nur von den Randbedingungen ab, so ist in Abb. 2.9 eine schwingende Saite mit einem freien Ende (2.9 a) und einem festen Ende (2.9 b) dargestellt. Die Randbedingungen fordern an das freie Ende einen Wellenbauch, an das feste Ende einen Knotenpunkt. Dies verdeutlicht, dass die Randbedingungen Einfluss auf die Eigenschwingung haben.

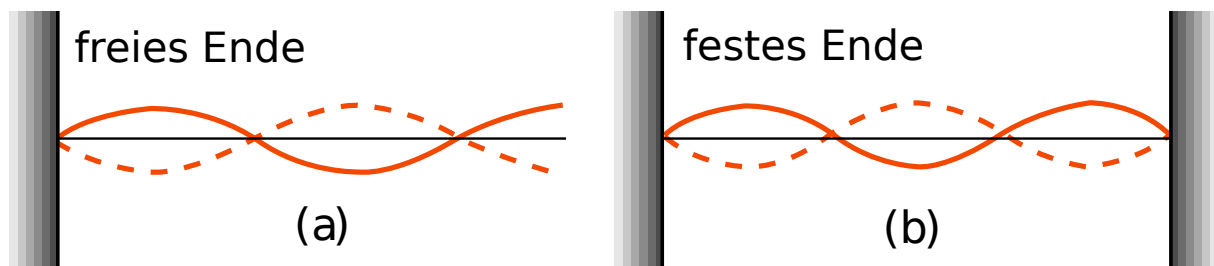


Abbildung 2.9: Eigenschwingung einer Saite mit freiem und festem Ende, Bildvariation von Meschede and Gerthsen [2010]

2.4.2 Moden

Eine charakteristische Eigenschaft der Eigenschwingungen sind die sogenannten Moden. Dies bedeutet, dass man die Anzahl der Knotenpunkte in einem gewissen Längenbereich zählt. Je mehr Knotenpunkte sich in diesem Längenintervall befinden, desto höher ist die Mode.

KAPITEL 2. ALLGEMEINE PHYSIKALISCHE GRUNDBEGRIFFE UND PHÄNOMENE AUS DER STELLARASTRONOMIE

In Abb. 2.10 ist oben die Grundschiwingung und die ersten drei Oberschwingungen einer schwingenden Saite eingezeichnet, jeweils einmal mit festem (2.10 a) und freiem (2.10 b) Ende. Gelangt man jeweils zu der nächst höheren Mode, so erhält die Schwingung im gleichen Bereich einen Knotenpunkt und einen Schwingungsbauch mehr. Durch verkürzen sich die Wellenlänge und die Amplituden der Welle.

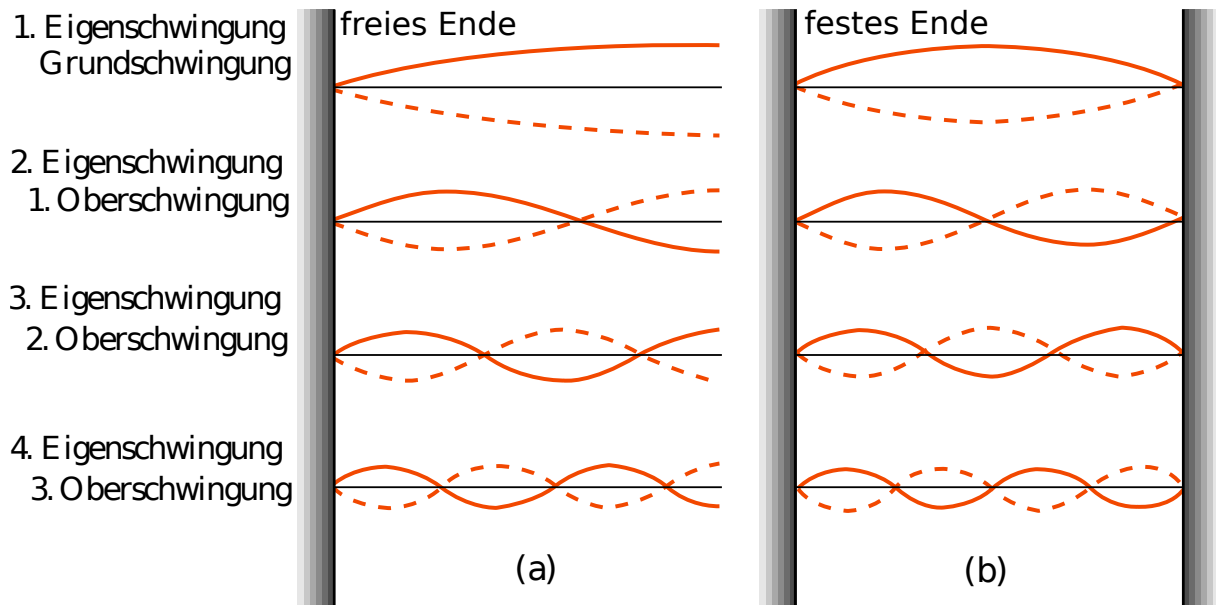


Abbildung 2.10: Verschiedene Moden einer schwingenden Saite, Bildvariation von Meschede and Gerthsen [2010]

2.4.3 Mehrdimensionale Schwingungen

Schwingungen sind auch in höheren Dimensionen möglich.

2-dimensionale Schwingungen

Ein Beispiel für eine 2-dimensionale Schwingung ist eine schwingende Membran einer runden Trommel. In Abbildung 2.11 wird die Grundschiwingung dieser Trommel gezeigt. Dabei schwingt die Membran mit einem Schwingungsbauch. Ein Knotenpunkt wird bei einer 2-dimensionalen Schwingung zu einer Knotenlinie, welche im Fall der Grundschiwingung den Rand der Trommel darstellt.

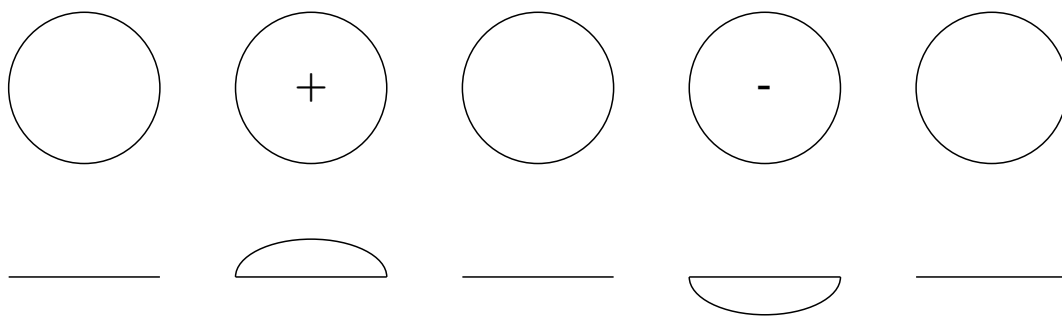


Abbildung 2.11: Schwingung einer Trommelmembran aus der Vogelperspektive und der Seitperspektive

Betrachtet man die Oberschwingungen einer 2-dimensionalen Schwingung, so unterscheidet man zwischen *radialen* und *nicht-radialen Schwingungen*. Die Oberschwingungen werden folglich als Tupel (r, n) durchgezählt, wobei an erster Stelle $(r, *)$ die radiale Oberschwingung, an zweiter Stelle $(*, n)$ die nicht-radiale Oberschwingung steht.

Radiale Oberschwingungen (2dim)

In Abbildung 2.12 werden die ersten vier radialen Oberschwingungen der Trommelmembran gezeigt. Wiederum gewinnt jede nächst höhere Oberschwingung eine Knotenlinie und einen Schwingungsbauch mehr als die vorherige. Die Knotenlinien bilden charakteristisch für radiale Oberschwingungen konzentrische Kreise.

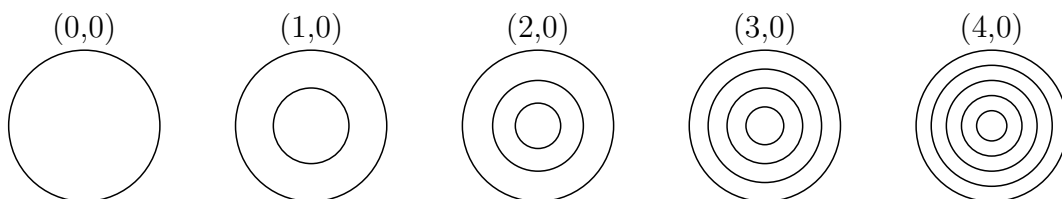


Abbildung 2.12: Radiale Moden einer schwingenden Trommelmembran

Nicht-radiale Oberschwingungen (2dim)

In Abbildung 2.13 werden die ersten vier nicht-radialen Oberschwingungen der Trommelmembran gezeigt. Im Gegensatz zu den radialen Oberschwingungen bilden die Knotenlinien keine konzentrischen Kreise, sondern den Durchmesser der Kreisoberfläche der Trommel. Jede nächst höhere Oberschwingung erhält eine Knotenlinie mehr, welche zusammen die Kreisfläche der Trommel in paarweise flächengleiche Kreissegmente zerlegen.

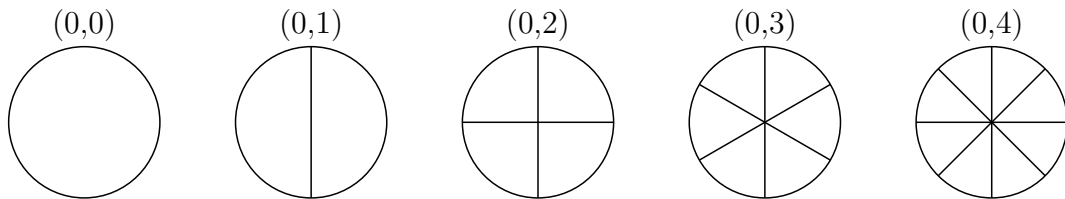


Abbildung 2.13: Nicht-radiale Moden einer schwingenden Trommelmembran

Kombinierte Oberschwingungen (2dim)

Natürlich sind bei der 2-dimensionalen Oberschwingungen auch Kombinationen aus radialen und nicht-radialen Schwingungen möglich. Abb. 2.14 zeigt die 16 verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten der ersten vier radialen und nicht-radialen Oberschwingungen.

3-dimensionale Schwingungen

Sterne sind 3-dimensionale Körper, somit haben sie auch die Möglichkeit, in alle drei Raumrichtungen zu schwingen. Daher werden die Moden nun als Trippel (n, l, m) geschrieben. n sind die Knotenflächen, die konzentrischen Kugelschalen um den Mittelpunkt des Sterns bilden. l beschreibt die Anzahl aller Knotenflächen, die in der Ebene parallel oder senkrecht zur Achse des Sterns stehen und m beschreibt die Anzahl der Knotenflächen von l , die senkrecht zur Äquatorialebene stehen.

Da ein Stern als Sphäre angenommen wird, werden folglich alle mathematischen Beschreibungen der Sternschwingung in Kugelkoordinaten angegeben.

2.4.4 Radiale und Nicht-radiale Pulsation bei Sternen

Generell wird, wie auch schon bei den 2-dimensionalen Schwingungen, zwischen radialer und nicht-radialer Pulsation unterschieden.

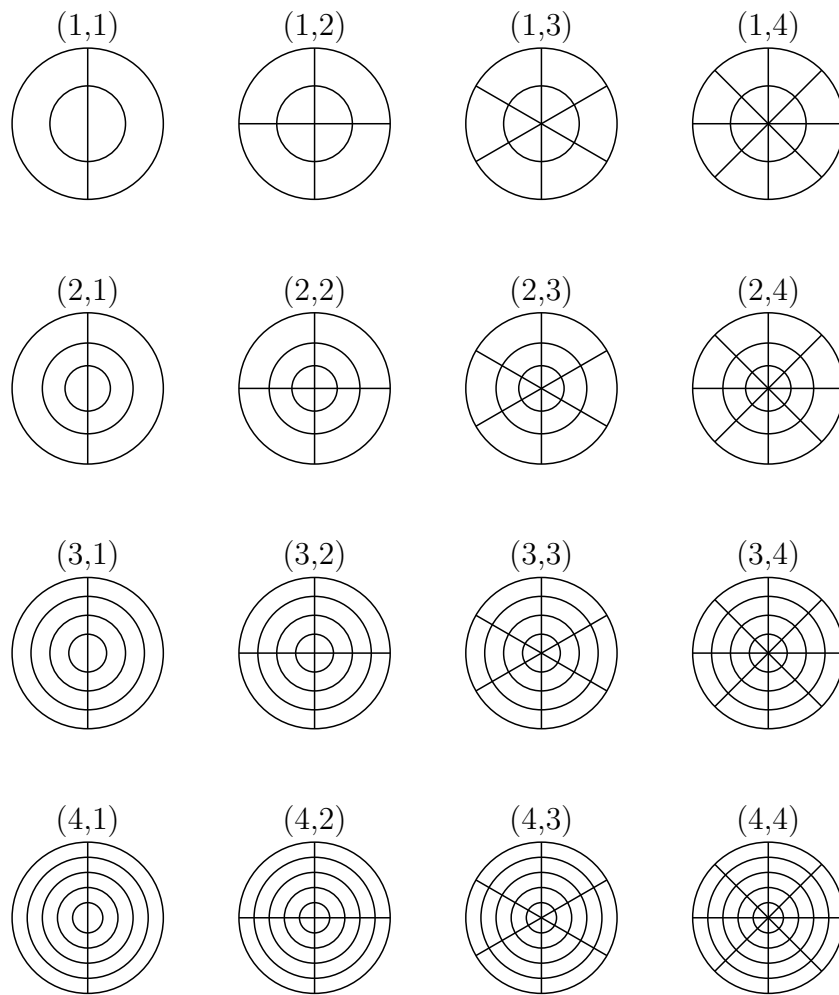


Abbildung 2.14: Kombinierte Moden einer schwingenden Trommelmembran

Radiale Pulsation

Bei radialen Pulsationen spricht man auch von *Volumenveränderlichen*, da der Stern sich über einen gewissen Zeitraum periodisch aufbläht und sich wieder zusammenzieht. Der Parameter l nimmt bei einem radial schwingenden Stern stets den Wert 0 an. Somit gilt wegen $-l \leq m \leq l$ auch $m = 0$. Somit nimmt der radiale Pulsator nur Werte in n an. Die simpelste Schwingung, die ein Stern haben kann, ist die radiale Grundschwingung $(0, 0, 0)$, in der sich das Volumen des gesamten Sterns periodisch um sein hydrostatisches Gleichgewicht expandiert und kontrahiert (siehe Abb. 2.15).

Je höher die Moden in $(n, 0, 0)$ werden, desto mehr konzentrische Kugelschalen findet man innerhalb des Sterns, die sich in Ruhe befinden und deren schwingende Bereiche zwischen ihnen die Sternpulsation ausmachen (siehe Abb. 2.16).

Nicht-radiale Pulsation

Bei nicht-radialer Pulsation behält der schwingende Stern seinen mittleren Sternradi-

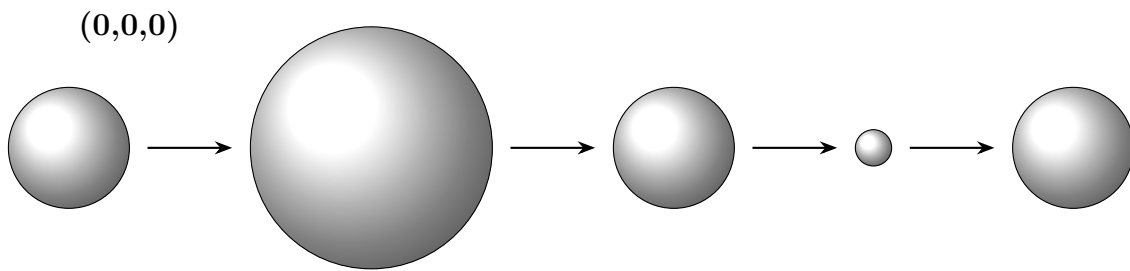


Abbildung 2.15: Radiale Pulsation eines Sterns mit Mode $(0,0,0)$

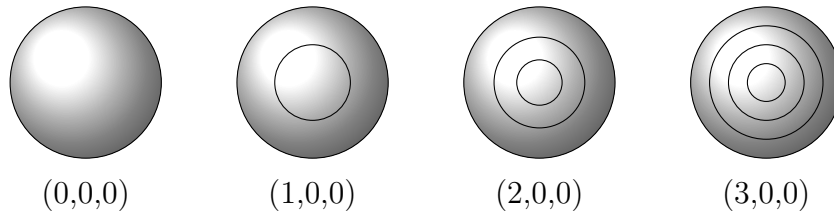


Abbildung 2.16: Verschiedene Moden einer radialen Pulsation

us bei, nur seine Oberfläche schwingt. Man spricht also von *Formveränderlichen*. Diese nicht-radialen Moden lassen sich mit Hilfe von Kugelflächenfunktionen beschreiben. Die Parameter l und m der Kugelflächenfunktionen werden wie oben beschrieben verwendet. Diese durch l und m beschriebenen Knotenlinien teilen die Sternoberfläche in äquivalente Kugelsegmente auf, deren Oberfläche zwischen den Knotenlinien schwingen. In Abb. 2.17 werden die untersten Moden bis einschließlich $(0,3,3)$ gezeigt.

18 Peg zeigt vor allem nicht-radiale Schwingungen auf.

2.4.5 Antriebsmechanismus

Stellt man sich ein Fadenpendel vor, das ausgelenkt und losgelassen wird, so pendelt es um seinen Ruhepunkt mit abnehmender Amplitude (aufgrund der Reibung), bis es diesen Ruhepunkt wieder erreicht hat. Eine Sternpulsation ist ebenfalls eine Schwingung um seine Gleichgewichtslage nach einer statistisch zufälligen Abweichung vom hydrostatischen Gleichgewicht, die ebenfalls, wie beim Fadenpendel, zum Erliegen kommen würde. Da jedoch Sternpulsationen über Jahre hinweg bestehen und untersucht werden können, muss es einen Antriebsmechanismus geben, der das Schwingen des Sterns immer weiter antreibt. Im Falle eines SPB Sterns ist das der sogenannte κ - Mechanismus.

Opazität κ

Die Opazität κ ist eine physikalische Größe, die beschreibt, wie viele Photonen beim Passieren eines Mediums in diesem absorbiert werden, was in Abb. 2.18 dargestellt wird.

KAPITEL 2. ALLGEMEINE PHYSIKALISCHE GRUNDBEGRIFFE UND PHÄNOMENE AUS DER STELLARASTRONOMIE

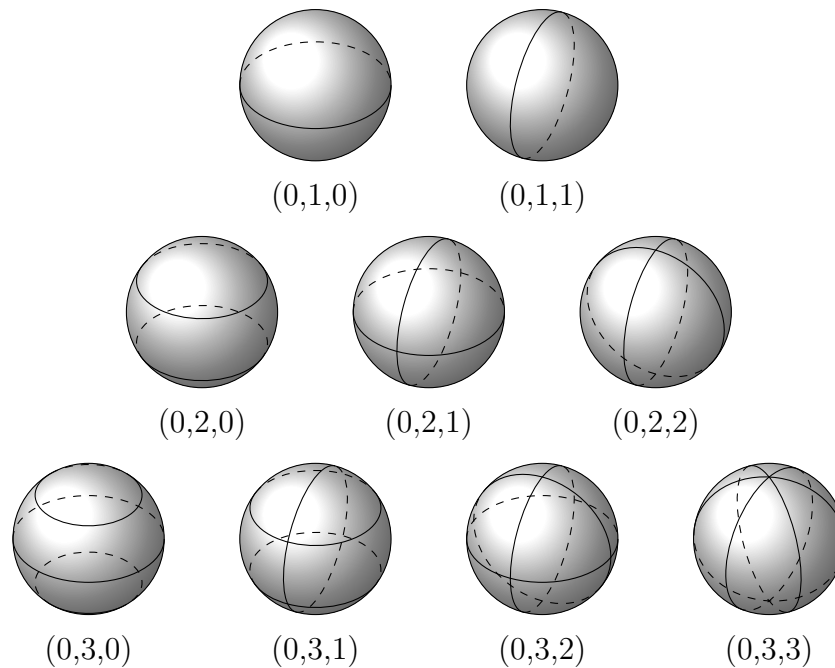


Abbildung 2.17: Verschiedene Moden einer nicht-radialen Pulsation

Daher wird κ auch als *Absorptionskoeffizient* bezeichnet. Die Opazität beschreibt das Maß der Lichtundurchlässigkeit eines Mediums. Sie ist dementsprechend das Gegenteil der Transparenz. κ wird in Einheiten von cm^2g^{-1} angegeben.

Die Opazität wird meistens über die *mittlere freie Weglänge* definiert. Die mittlere freie Weglänge beschreibt die Strecke, die ein Teilchen, in diesem Fall also ein Photon, in einem Medium durchschnittlich zurücklegt, bevor es zu einem Wechselwirkungsprozess mit einem anderen Teilchen kommt. Da Druck und Temperatur die mittlere freie Weglänge erheblich beeinflussen, wird die Opazität als Funktion dieser beiden Größen ausgedrückt: $\kappa(p, T)$. Des Weiteren ist die Opazität auch wellenlängen- bzw. frequenzabhängig: $\kappa(\lambda)$, $\kappa(\nu)$.

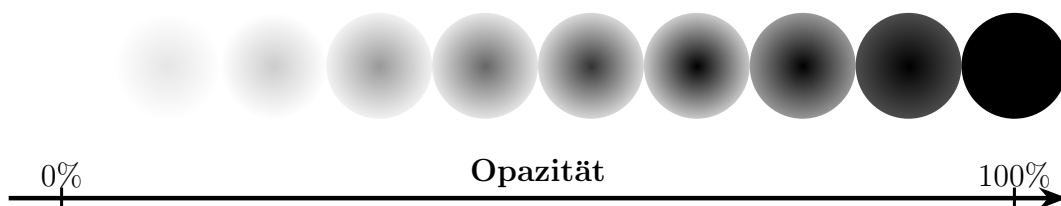


Abbildung 2.18: Opazitätsdiagramm

Generell lassen sich die Wechselwirkungsprozesse, die die mittlere freie Weglänge und somit auch die Opazität ausmachen, in vier Kategorien unterteilen, die in Abb. 2.19 grafisch dargestellt werden:

KAPITEL 2. ALLGEMEINE PHYSIKALISCHE GRUNDBEGRIFFE UND PHÄNOMENE AUS DER STELLARASTRONOMIE

Bound - Bound - Absorption: Die Bound - Bound - Absorption beschreibt die Absorption eines Photons durch ein Atom, wobei ein gebundenes Elektron auf ein höheres Energieniveau gehoben wird. Das Endprodukt ist ein angeregtes Atom. Die Energie des Photons entspricht dabei der Energiedifferenz der beteiligten Energieniveaus.

Bound - Free - Absorption: Die Bound - Free - Absorption beschreibt die Absorption eines Photons durch ein Atom, wobei ein gebundenes Elektron freigesetzt wird. Das Endprodukt ist ein Ion und ein freies Elektron. Die Energie des Photons entspricht dabei der Summe aus der Bindungsenergie und der kinetischen Energie des Elektrons.

Free - Free - Absorption: Die Free - Free - Absorption beschreibt die Absorption eines Photons durch ein freies Elektron. Das Endprodukt ist das energiereichere, freie Elektron. Die Energie des Photons entspricht dabei der kinetischen Energie des Elektrons.

Electron Scattering: Die Elektronenstreuung bezeichnet die Streuung eines Photons an einem freien Elektron. Dabei findet ein Energieaustausch der beiden Teilchen statt, wobei das Photon nach dem Stoß energieärmer, also langwelliger, ist, da es einen Teil seiner Energie dem Elektron als kinetische Energie mitgibt. [Kippenhahn et al., 2012]

Vor den Stoß:

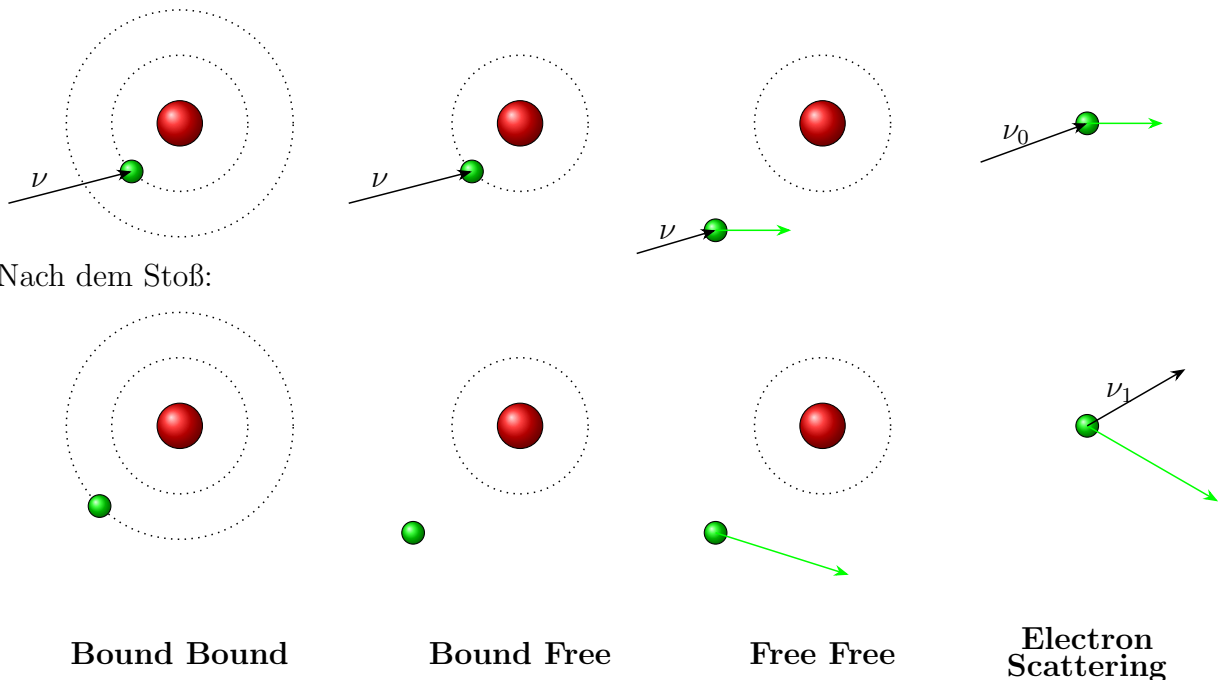


Abbildung 2.19: Vier Stoßprozesse, die die Opazität charakterisieren

Der κ - Mechanismus

Dieser Antriebsmechanismus für eine Schwingung ist nach dem griechischen Buchstaben κ benannt, der für die physikalische Größe der Opazität steht. Somit ist die Opazität der ausschlaggebende Grund für das Nichtversiegen der Pulsation.

In Abb. 2.20 wird dieser Mechanismus anhand einer radialen Pulsation dargestellt. Er ist vergleichbar mit dem Mechanismus einer Dampfmaschine.

Die einzelnen Stadien der Pulsation werden der Abb. 2.20 folgend beschrieben. Ebenfalls wird die Opazität der einzelnen Stadien schematisch dargestellt.

①

Stadium des hydrostatischen Gleichgewichts

Der Stern befindet sich im hydrostatischen Gleichgewicht (lila gestrichelte Kreise). Also herrscht ein Kräftegleichgewicht zwischen Gravitationskraft (blaue Pfeile) und Strahlungsdruck (rote Pfeile), welcher durch die Kernfusion im Zentrum des Sterns entsteht. Dadurch bleibt der mittlere Sternradius R konstant.

① – ①

Durch statistische Fluktuationen kann das hydrostatische Gleichgewicht gestört werden. Es kommt zur Kompression oder Expansion. Normalerweise wird das Gleichgewicht schnell wieder eingestellt. Falls eine Kompression eintritt, folgt der nächste Schritt.

①

Stadium der Kompression

Der Sternradius nimmt während der Kompression (blaue Pfeile) ab. Dabei steigen Druck und Temperatur im Inneren des Sterns. Dies kann zur Folge haben, dass auch die Opazität κ ansteigt.

②

Stadium der maximalen Opazität κ

Der Stern erreicht seinen minimalen Radius. Wenn die Opazität κ ansteigt, wird Energie im Sterninneren angestaut, da die Strahlung nicht mehr nach außen gelangt. Aufgrund der erhöhten Absorption erhöht sich auch der Strahlungsdruck. In diesem Stadium wirkt auch der *Opacity Bumb*, der die Pulsation aufrecht erhält.

③

Stadium der Expansion

Der Strahlungsdruck überwiegt der Gravitation, weshalb es zur Expansion (rote Pfeile) kommt.

- ④ **Stadium der Expansion / Überschwingen**
Aufgrund der Trägheit der Masse kommt es zum Überschwingen des Sterns. Der Sternradius expandiert über den Radius des hydrostatischen Gleichgewichts hinaus. Während der Radius des Sterns sich erhöht, verringern sich Druck und Temperatur, was wiederum minimierende Auswirkungen auf die Opazität κ haben kann. Dieses Verhalten der Opazität κ ist Voraussetzung für das Stoppen der Expansion.
- ⑤ **Stadium der minimalen Opazität κ**
Da die Opazität κ sich mit zunehmendem Sternradius verringert, gelangt mehr Strahlung nach außen. Folglich sinkt der Strahlungsdruck, bis die Gravitation überwiegt. Der Stern erreicht seinen maximalen Radius.
- ⑥ **Stadium der Kompression**
Da die Gravitationskraft stärker ist als der Strahlungsdruck, kommt es zur Kompression und somit zur Verringerung des Sternradius.
- ① **Stadium der Kompression / Unterschwingen**
Aufgrund der Trägheit der Masse gelangt der Sternradius unterhalb dem Radius des hydrostatischen Gleichgewichts. Der Zyklus beginnt von vorn.

Ionisationszonen

Die Frage, die sich stellt, ist, warum nicht alle Sterne durch den κ - Mechanismus zur Pulsation angetrieben werden.

In Abb. 2.21 wird ein Diagramm gezeigt, in dem das (logarithmische) Verhalten der Opazität κ über die Temperatur $\log(T)$ und über $\log(\rho/T_6^3)$ gezeigt wird, wobei $T_6 \equiv T/10^6$ eine Temperatur-, ρ eine Dichteangabe ist. Beim Betrachten des Diagramms fallen drei Anstiege der Opazität auf. Diese Anstiege können den Ionisationszonen von Wasserstoff H , Helium He und der Eisengruppe Z zugeordnet werden.

Temperatur und Druck sind innerhalb eines Sterns nicht konstant, sondern sind vor allem vom Abstand zum Sternzentrum abhängig. In bestimmten Regionen im Sterninneren sind Temperatur und Druck passend, dass die Atome zum Teil ionisiert werden können, während in den benachbarten Regionen vollständige Ionisation oder atomare Zustände vorliegen. Genau diese Zonen, in denen sowohl Ionen als auch Atome im Sterninnern vorliegen können, nennt man *Ionisationszonen*.

Metallionen zeigen andere elektronische Eigenschaften auf als deren Atome. Daher kommt es in den Metallionisationszonen zu erhöhter Absorption der radiativen Strahlung aus dem Sternzentrum, was folglich zu einem hohen Wert der Opazität κ führt.

Befindet sich Stadium 2 des κ - Mechanismus in einer der Ionisationszonen, kommt es zu einem *Bump*. Dieser Bump ist vergleichbar mit einem Mechanismus, der einem Fa-

denpendel bei seiner maximalen Auslenkung Energie hinzufügt, so dass seine Pulsation nicht versiegt. Wie im vorherigen Kapitel beschrieben, ist in Stadium 2 der Opazitätswert κ maximal. In Kombination mit einer Ionisationszone ist die Absorption der aus dem Sterninneren kommenden Strahlung so hoch, dass die Energie der Strahlung durch einen Bump in kinetische Energie der Pulsation umgewandelt wird. Durch diesen Bump wird das Versiegen der Pulsation verhindert.

Bei SPB Sternen, wie 18 Peg, ist der Z-Bump hauptverantwortlich für die Pulsation. Die Ionisationszone der Eisengruppe liegt bei $\sim 200.000K$. Die erhöhten κ Werte stammen von elektronischen Übergängen der Ionen der Eisengruppe.

2.4.6 p-Moden und g-Moden

In der Asteroseismologie unterscheidet man zwischen zwei Typen von Pulsationen, die sich in der Rückstellkraft unterscheiden: den *p-Moden* und *g-Moden*. Ihre Ausbreitungsverläufe im Stern werden in Abb. 2.22 gezeigt.

p-Moden

Das p der p-Moden steht für *pressure*, da die rückstellende Kraft bei p-Moden der Druck ist. Generell ist dieser Pulsationstyp mit Schallwellen vergleichbar, da Schall ebenfalls eine Druckänderung darstellt. P-Moden sind vor allem an vertikalen Gasbewegungen beteiligt und reagieren empfindlich auf Bedingungen in den äußeren Teilen des Sterns.

g-Moden

G-Moden basieren dagegen auf Gravitation (*g* für *gravity*), denn die Rückstellkraft ist bei diesem Pulsationstyp der Auftrieb. Vor allem horizontale Gasbewegungen sind charakteristisch für g-Moden, vergleichbar mit Meereswellen. Da sie hauptsächlich auf Bedingungen an inneren Bereichen von Sternen sensitiv reagieren, ist die Untersuchung des Sterninneren mittels der g-Moden von Interesse, da die Ausbreitung der Wellen im Kernbereich stattfindet (siehe Abb. 2.22) [Aerts et al., 2010].

Der in dieser Zulassungsarbeit untersuchte Stern 18 Peg ist ein B-Hauptreihenstern, also ein Stern mit konvektivem Kern und radiativer Hülle. Er zeigt höhere g-Moden auf, die ausgewertet werden können, um das Sterninnere zu untersuchen, insbesondere die Größe des konvektiven Kerns und die Übergangszone zwischen Kern und radiativer Hülle.

2.4.7 Modenidentifikation der Sternpulsation

In Aerts et al. [2010] werden drei Analysetechniken beschrieben, wie man die Moden einer Sternpulsation identifizieren kann: *Photometrie*, *hochauflösende Spektroskopie* und eine *Kombination aus den ersten beiden Methoden*.

Photometrie

Während einer Pulsationsphase ändert ein pulsierender Stern seine Temperatur und Geometrie, was zu einer Variation der Helligkeit führt. Aus den periodischen Helligkeitsschwankungen des Sterns lässt sich dann auf seine Moden schließen. Da jedoch diese Methode in dieser Zulassungsarbeit nicht angewendet wurde, wird sich auf die Methode der hochauflösenden Spektroskopie konzentriert.

Hochauflösende Spektroskopie

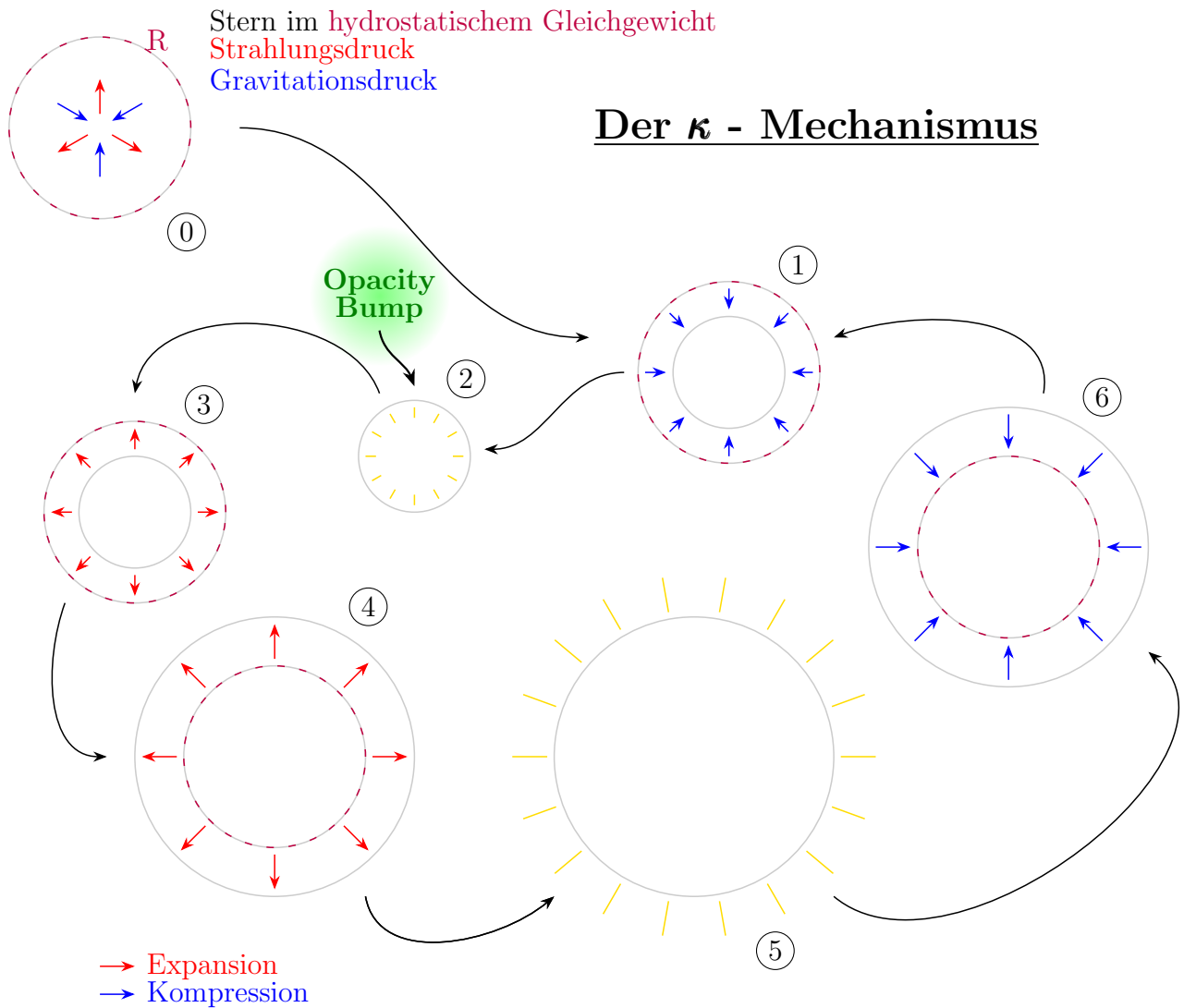
Um die Pulsationsmoden zu identifizieren, werden bei dieser Methode hochaufgelöste Spektren ausgewertet. Durch die Pulsationsmoden entstehen radiale Bewegungen, die durch den Dopplereffekt in den Absorptionslinien sichtbar werden. Dadurch verlieren die Linien im Sternspektrum ihre charakteristische Gaussform. Sie variieren periodisch mit der Pulsationsperiode.

Um auf die Moden des Sterns schließen zu können, wird ein Pulsationsmodell an die gemessenen Spektren gefittet. Dazu wird die Sternoberfläche in Elementarflächenstücke (meist 5.000 oder mehr) unterteilt und für jedes Flächenstück die radiale Geschwindigkeit und somit die dopplerverschobene Absorptionslinie zu gegebenen Modeparametern berechnet. Die Absorptionslinie des integrierten Sternspektrums ist dann eine Superposition der einzelnen Linien. Das daraus berechnete Modellspektrum wird dann an die beobachteten Daten gefittet und die Güte des Fittes bestimmt.

Diese Methode wurde zur Auswertung der Daten von 18 Peg verwendet.

Kombination aus Photometrie und hochauflösender Spektroskopie

Eine Kombination aus den beiden ersten Methoden ist auch möglich. Durch Übereinstimmung der Auswertungen zweier verschiedener, unabhängiger Auswertemethoden erhofft man sich höhere Genauigkeit.



Opazitätsdiagramm

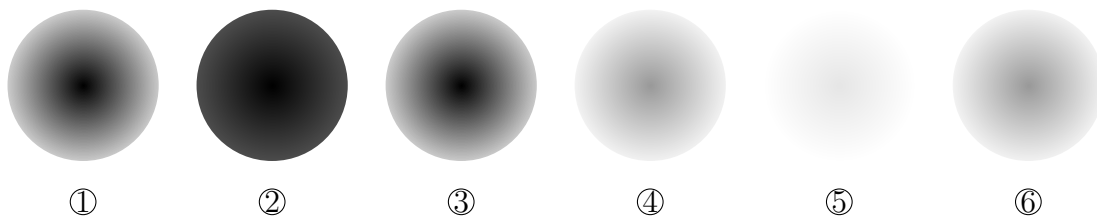


Abbildung 2.20: Verlauf des κ - Mechanismus

**KAPITEL 2. ALLGEMEINE PHYSIKALISCHE GRUNDBEGRIFFE UND PHÄNOMENE
AUS DER STELLARASTRONOMIE**

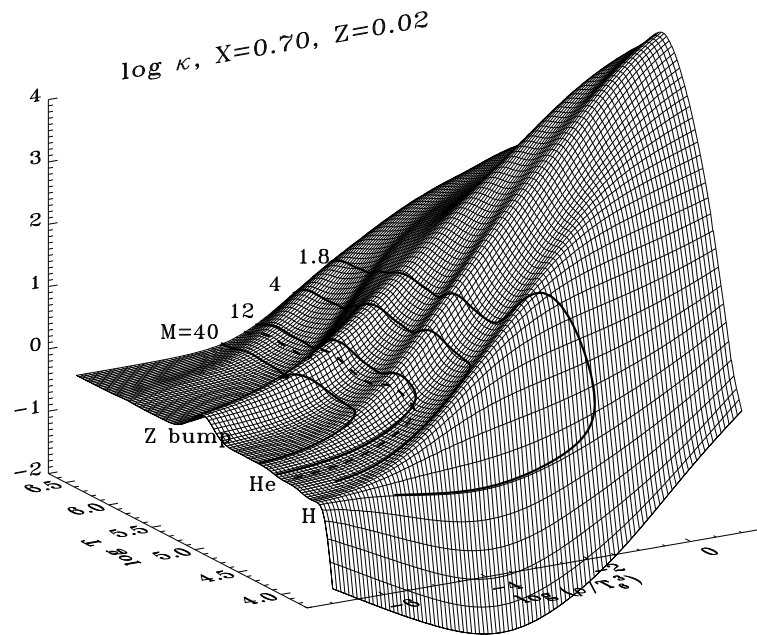


Abbildung 2.21: Opazität $\log(\kappa)$ über Temperatur $\log(T)$ und Druck/Temperatur $\log(\rho/T_6^3)$ [Pamyatnykh, 1999]

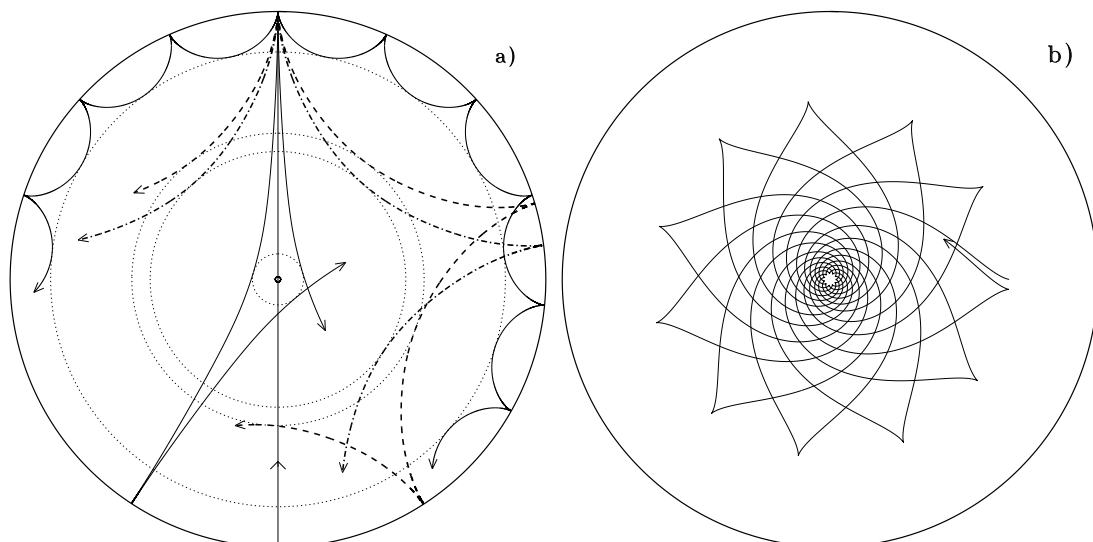


Abbildung 2.22: Ausbreitung einer Pulsationswelle bei einer p Mode (a) und einer g Mode (b) [Cunha et al., 2007]

3 Datengrundlage dieser Zulassungsarbeit

Für diese Zulassungsarbeit wurden Spektren zweier verschiedener Observatorien getrennt ausgewertet. Die Observatorien, deren technische Ausrüstung und die Datenreduktion soll in diesem Kapitel erklärt werden.

3.1 Beschreibung und Funktionsweise des Teleskops

In beiden Observatorien werden Teleskope des Ritchey-Chrétien-Cassegrain-Typs verwendet. Dies ist eine Variation des klassischen Cassegrain-Spiegelteleskops, in dem zwei hyperbolische Spiegel statt einem konkav-parabolischen Hauptspiegel (Primärspiegel) und einem konvex-hyperbolischen Fangspiegel (Sekundärspiegel) Anwendung finden. Durch diese Bauart wird eine komafreie Abbildung ohne Verwendung weiterer Korrekturinstrumente erreicht. Da das Herstellen von hyperbolischen Spiegeln hohe technische Ansprüche und große Präzision erfordert, unterliegt diese Bauart hauptsächlich den großen Apparaturen für die astronomische Wissenschaft. Bekannte Vertreter dieser Teleskopbauart sind die 8.2 m Teleskope des VLTs am Paranal-Observatorium in Chile und das Hubble-Weltraumteleskop mit einem 2.4 m Hauptspiegeldurchmesser.

In Abb. 3.1 ist schematisch der Strahlengang in einem Ritchey-Chrétien-Cassegrain-Teleskop dargestellt. Wie auch bei einem klassischen Cassegrain-Teleskop fällt das einfallende Licht auf den Primärspiegel, der jedoch beim Ritchey-Chrétien-Cassegrain-Teleskop konkav-hyperbolisch geformt ist. Die vom Primärspiegel gebündelten Strahlen werden dann über den konvex-hyperbolischen Sekundärspiegel auf eine Öffnung im Primärspiegel fokussiert. Dort können dann weitere Instrumente (z.B. ein Spektrograph) angebracht werden.

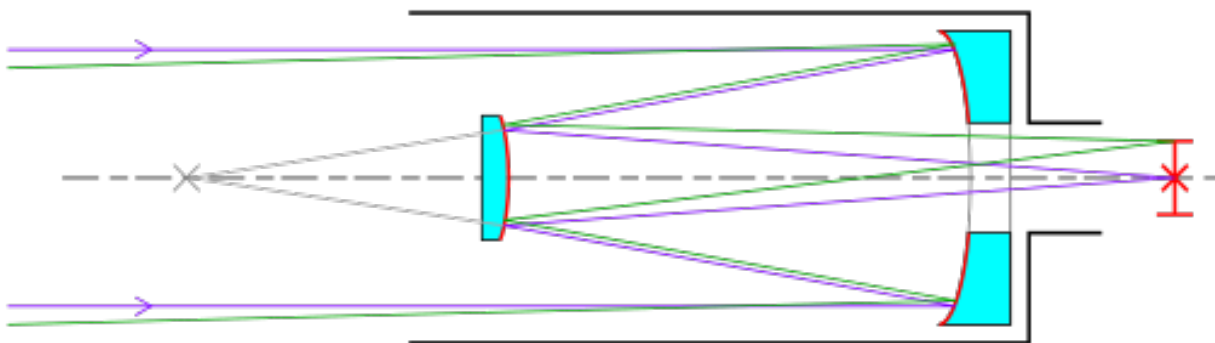


Abbildung 3.1: Schematische Abbildung des Strahlengangs in einem Ritchey-Chrétien-Cassegrain-Teleskop [wik, 2018]

3.2 Grundlegende Details

Die Datengrundlage dieser Arbeit bilden Spektren des Sterns 18 Peg, die zum einen mit dem *Very Large Telescope (VLT)* an der *Europäische Südsternwarte (ESO)* in Chile, zum anderen mit dem *Mercator Telescope* des *Instituut voor Sterrenkunde, KU Leuven* in La Palma (Spanien) aufgenommen worden sind. Die Spektren, die an der ESO aufgenommen wurden, werden folglich als *UVES-Spektren*, die aus La Palma als *HERMES-Spektren* bezeichnet. Eine Zusammenfassung der Daten findet man in Tabelle 3.1 und 3.2.

Die Europäische Südsternwarte (ESO)

Die Europäische Südsternwarte (ESO) ist eine internationale Organisation für astronomische Wissenschaft. Das Hauptziel der ESO ist es, leistungsfähige, bodengebundene astronomische Observatorien zu bauen und zu betreiben, um damit astronomische Forschung zu unterstützen.

Die Atacama-Wüste in Chile ist der Standort der ESO Teleskope, welche an den drei Orten La Silla, Chajnantor und auf dem Paranal verteilt sind. Auf dem 2600 m hohen Paranal befindet sich das *Very Large Telescope*, das bis jetzt größte, bodengebundene Spiegelteleskop der Welt ist. Ab 2024 soll ein neues Teleskop, das *Extremely Large Telescope (ELT)*, in Betrieb genommen werden, das mit einem Hauptspiegeldurchmesser von 39 m die Größe des VLT noch übertreffen soll [ESO, 2019].

Very Large Telescope (VLT)

Europäische Südsternwarte

Das VLT besteht aus vier Hauptteleskopen, deren Hauptspiegel einen Durchmesser von 8.2 m messen, und vier beweglichen Hilfsteleskopen mit 1.8 m Durchmesser. Durch das Zusammenschalten der einzelnen Teleskope können diese als Interferometer genutzt werden.

Die Nutzung der 8.2 m-Hauptteleskope als Einzelteleskop lassen bei einstündiger Belichtungszeit zu, Himmelsobjekte dreißigster Größenklasse aufzulösen. Zum Vergleich: Das menschliche Auge kann am nächtlichen Himmel ohne Hilfsmittel nur Objekte gerade noch wahrnehmen, die vier Milliarden mal heller leuchten. Diese Eigenschaften machen das VLT zu einem der höchstentwickelten optischen Instrumente der Welt [ESO, 2019].

Ultraviolet and Visual Echelle Spectrograph (UVES)

Europäische Südsternwarte

UVES ist ein Echelle-Spektrograph, der an einem der vier Hauptteleskope (Teleskop UT2, Kueyen) des VLT angebracht ist. Ein Strahlteiler verteilt das einfallende Licht entweder zu einem roten (rot-bis-optisch sichtbar) oder zu einem blauen (blau-bis-UV) Arm geschickt. In jedem dieser Arme sind zwei zueinander senkrechte Gitter eingebaut, die das Licht mit hoher spektraler Auflösung (80.000 - 110.000) beugen [ESO, 2019].

In Tabelle 3.1 sind alle wichtigen Daten der ESO-Spektren aufgelistet.

Tabelle 3.1: Daten zu den ESO-Spektren

Observatorium	Europäische Südsternwarte (ESO)
Standort	Atacama-Wüste (Chile)
Teleskop	Very Large Telescope (VLT)
Bauart	Ritchey-Chrétien-Cassegrain-Spiegelteleskop
∅ Hauptspiegel (4 Stück)	8.20 m
Spektrograph	Ultraviolet and Visual Echelle Spectrograph (UVES)
Typ	Cross-dispersed echelle spectrograph
Wellenlängenabdeckung:	300–500 nm (blue arm) 420–1100 nm (red arm)
Spektrale Auflösung:	bis 80.000 (blue arm) — 110.000 (red arm)

Instituut voor Sterrenkunde, KU Leuven

Das Instituut voor Sterrenkunde der belgischen KU Leuven ist eine Abteilung des Departments für Physik und Astronomie der Fakultät für Naturwissenschaften innerhalb der Gruppe „Wissenschaft und Technologie“. Das Institut arbeitet vor allem im Bereich der veränderlichen Sterne und der Asteroseismologie, bei deren Forschungen Teleskope in Sternwarten weltweit und im Weltraum eingesetzt werden. Diese astronomische Forschungseinrichtung betreibt das 1.2 m-Mercator-Teleskop am La Palma Observatory auf den Kanarischen Inseln (Spanien) [IoA, 2019].

Das Mercator-Telescope

Instituut voor Sterrenkunde, KU Leuven

Das Mercator-Telescope befindet sich 2333 m über dem Meeresspiegel am Observatorium *Roque de los Muchachos* auf La Palma (Kanarische Inseln, Spanien). Seit 2001 ist es in Betrieb für wissenschaftliche Beobachtungen.

Der Durchmesser des Hauptspiegels beträgt 1.2 m. In Kombination mit dem Sekundärspiegel

von 0.3 m hat dieses halbautomatische Spiegelteleskop eine Brennweite von 14.4 m. Die Bauart ist vom Ritchey-Chrétien-Cassegrain-Typ [Mer, 2019].

Der HERMES-Spektrograph

Instituut voor Sterrenkunde, KU Leuven

Der hochauflösende *HERMES-Spektrograph* (*High Efficiency and Resolution Mercator Echelle Spectrograph*) ist ein Echelle-Spektrograph, der am Mercator-Teleskop angebracht wurde. Ziel der Verwendung dieses Spektrographen ist es, das Potenzial kleiner, aber flexibler Teleskope in der Beobachtungsastronomie zu nutzen. Mit einer spektralen Auflösung von 85.000 und einer spektralen Abdeckung von 377 bis 900 nm bei einer einzigen Belichtung ist HERMES ein Instrument für Aufnahmen von hochwertigen spektralen Daten unterschiedlichster Himmelsphänomene [Raskin et al., 2011].

In Tabelle 3.2 sind alle wichtigen Daten der HERMES-Spektren aufgelistet.

Tabelle 3.2: Daten zu den HERMES-Spektren

Observatorium	La Palma Observatory
Standort	Kanarischen Inseln (Spanien)
Teleskop	Mercator-Teleskop
Bauart	Ritchey-Chrétien-Cassegrain-Spiegelteleskop
Ø Hauptspiegel	1.20 m
Spektrograph	HERMES Spektrograph
Typ	Cross-dispersed echelle spectrograph
Wellenlängenabdeckung:	377 - 900 nm
Spektrale Auflösung:	85.000

Bemerkung: Für die Datenauswertung standen deutlich mehr HERMES-Spektren zur Verfügung (UVES: 8, HERMES: 46), jedoch zeichnen sich die UVES-Spektren durch eine höhere Qualität aus.

3.3 Beschreibung und Funktionsweise des Echelle-Spektrographen

Die Sternspektren von 18 Peg, die mir zur Auswertung zur Verfügung stehen, wurden alle mit einem Echelle-Spektrographen aufgenommen. Diese Bauart von Spektrograph garantiert eine hohes, spektrales Auflösungsvermögen.

Das *spektrale Auflösungsvermögen* ist eine Eigenschaft des Spektrographen, Spektrallinien, die nahe nebeneinander liegen, getrennt nachzuweisen. Je höher die Auflösung ist, desto detailreicher ist das Spektrum. Daher sind hohe spektrale Auflösungen wünschenswert.

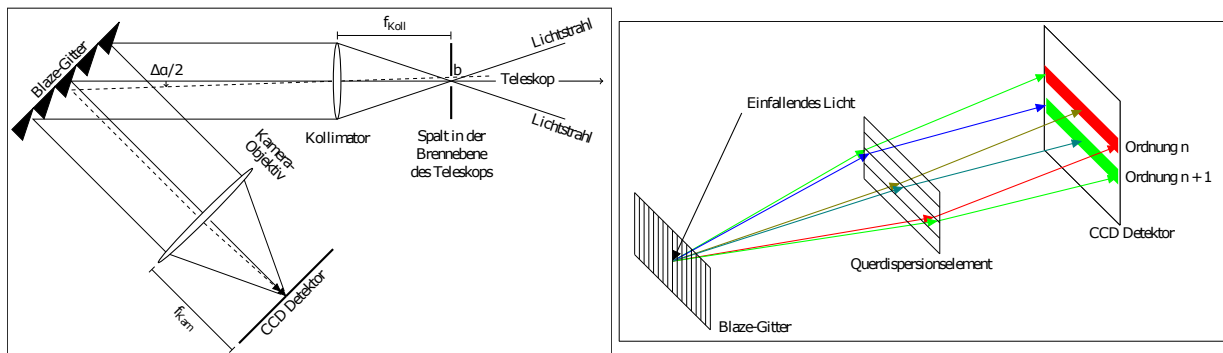
Dieses Kapitel stützt sich auf die Praktikumsanleitung der Dr. Karl Remeis Sternwarte Bamberg [Praktikum, 2018].

Die Bauteile des Echelle-Spektrographen sind in Abb. 3.2a schematisch aufgetragen. Das erste Bauteil, auf das das vom Teleskop gebündelte Licht trifft, ist ein *Spalt*. Er dient zur Abschirmung von unerwünschtem Streulicht und zur Erzeugung von Kohärenz. Außerdem ist der Spalt das maßgebende Bauteil für das spektrale Auflösungsvermögen des Echelle-Spektrographen. Ein weiteres Bauelement des Spektrographen ist der *Kollimator*. Dies ist eine Linse, deren Abstand zum Spalt genau ihrer Brennweite entspricht. Dies hat zur Folge, dass der Kollimator die Lichtstrahlen parallelisiert. Das Herzstück des Spektrographen ist das *Dispersionselement*, welches die Funktion hat, das Sternlicht in seine spektralen Bestandteile zu zerlegen. Als Dispersionselement wird ein Blaze-Gitter (Reflektionsgitter mit gezackten, verspiegelten Furchen, die an eine Leiter erinnern (fr. echelle)) verwendet, um in hohen Beugungsordnungen ohne große Intensitätsverluste zu arbeiten. Das spektrale Auflösungsvermögen wird auch durch dieses Bauteil erheblich beeinflusst. Des Weiteren trifft das spektral zerlegte Licht auf das *Kamera-Objektiv*, welches die Lichtstrahlen auf einen *CCD-Detektor* abbildet. Sie erzeugen das digitale Bild des Sternspektrums.

Da der Echelle-Spektrograph in hohen Beugungsordnungen und somit bei hohen Blaze-Winkeln arbeitet, tritt die Problematik auf, dass sich die Spektren der einzelnen Beugungsordnungen überlagern. Daher wird ein *Querdispersionsgitter*¹ verwendet, das 90° zu dem Hauptdispersionselement verdreht ist. Dieses Element trennt die einzelnen Beugungsordnungen voneinander, was in Abb. 3.2b dargestellt wird.

Somit entsteht ein Bild des Spektrums, wie in Abb. 3.3. Jede Zeile entspricht einer Beu-

¹In Abb. 3.2a nicht eingezeichnet.



(a) Schematischer Aufbau eines Spektrographen (b) Schematische Anordnung des Haupt- und Querdispersionselements

Abbildung 3.2: Schematischer Aufbau eines Echelle-Spektrographens

gungsordnung. Die Eigenschaften der einzelnen Bauelemente des Spektrographen sind so gewählt, dass das Gesamtspektrum aus Teilen der Spektren unterschiedlicher Beugungsordnungen zusammengesetzt wird.

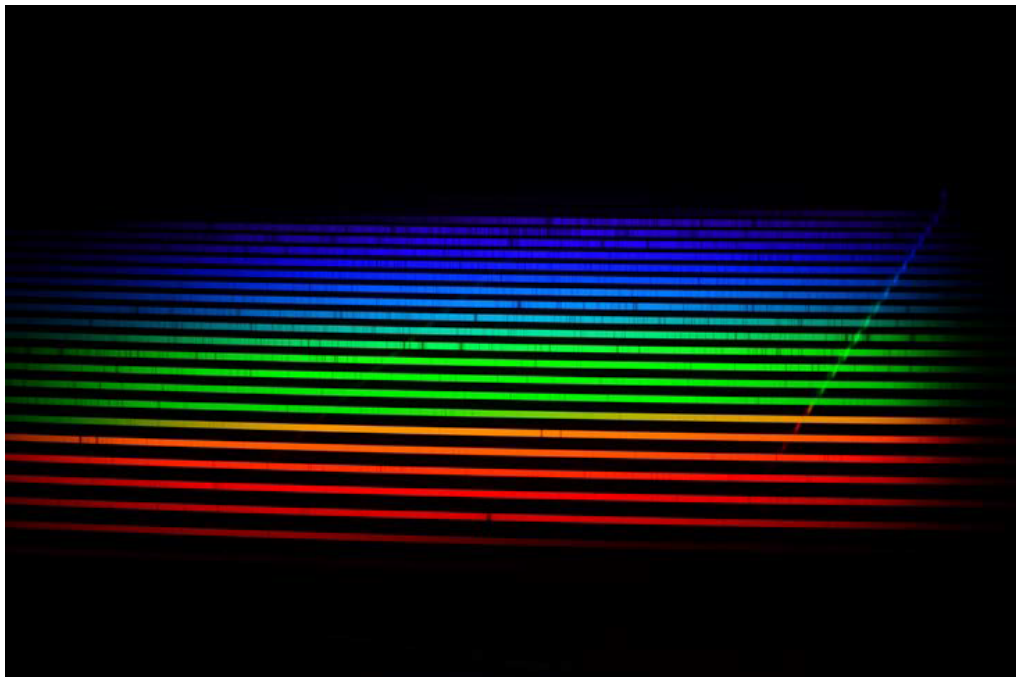


Abbildung 3.3: Sonnenspektrum, aufgenommen mit einem Echelle-Spektrographen [Baader, 2015]

3.4 Datenreduktion

Die Rohdaten, die der CCD-Chip detektiert hat, werden reduziert, bevor sie zur Auswertung verwendet werden können. Die Datenreduktion der Spektren erfolgt in folgenden Schritten [Praktikum, 2018]:

Subtraktion des Dunkelstroms: Durch thermische Anregung im CCD Chip entsteht ein Störsignal, der sogenannte *Dunkelstrom*. Er ist aufgrund der endlichen Temperatur des CCD Detektors auch messbar bei geschlossener Blende und abhängig von der Belichtungszeit. Zur Korrektur dieses künstlichen Signals wird der *Darkframe*, eine Aufnahme mit selber Dauer und selber Temperatur wie die eigentliche Bildaufnahme, von der Sternspektrumsaufnahme subtrahiert.

Entfernung von Cosmics: Cosmics sind hochenergetische, kosmische Teilchen. Sie erzeugen beim Auftreffen auf den CCD Detektor Störsignale mit hoher Intensität meist auf Größe eines Pixels. Zur Korrektur wird ein numerischer Filter eingesetzt, der Cosmics nach bestimmten Kriterien (z.B. Ausdehnung und Stärke des Signals) finden kann und diese durch einen (lokalen) Mittelwert korrigiert.

Entfernung von Streulicht: Durch Reflexion im Spektrographen oder in der Kamera kann Streulicht entstehen. Dabei kann es zur Kontamination der einzelnen, benachbarten Beugungsordnungen kommen. Durch Messung des Signals zwischen zwei angrenzenden Ordnungen kann die jeweiligen Intensität des Streulichts ermittelt und jenes korrigiert werden.

Flatfieldkorrektur: Innerhalb einer Ordnung nimmt die Intensität zu den Seiten hin stark ab. Hier unterliegt die Intensität der *Blaze-Funktion*, die bei der sogenannten *Blaze-Wellenlänge* λ_n^0 in der Mitte der Ordnung ihr Intensitätsmaximum hat. Um ein einheitlich glattes Spektrum zu erhalten, wird dieser Verlauf durch Division einer *Flatfieldaufnahme* korrigiert. Ein Flatfield ist ein emissions- und absorptionslinienfreies, kontinuierliches Spektrum. Meistens wird als Lichtquelle eine Halogenlampe für die Flatfieldaufnahme verwendet.

Wellenlängenkalibrierung: Zur Kalibration, also die Zuordnung einer Wellenlänge λ zu einer Pixelposition x , wird eine Vergleichslampe verwendet, deren Emissionslinien sich über das ganze Spektrum verteilen und deren Wellenlängen bekannt sind. Eine Gasentladungsröhre mit Thorium-Argon (ThAr) Füllgas bietet sich für die Herstellung der Dispersionsrelation an.

Rebinning: Beim Rebinning wird das zweidimensionale Bild in eindimensionale Datenarrays konvertiert und die Pixelskala durch die Wellenlängenskala ausgetauscht.

Order merging: Das *Order merging* bezeichnet das Zusammenfügen der einzelnen Ordnungen zu einem Gesamtspektrum. In den Überlappungsbereichen wird gemittelt.

Normierung: Das Sternspektrum wird normiert. Der Kontinuumsverlauf des Spektrums wird auf eins gesetzt.

4 Spektralanalyse nach dem Pulsationsmodell von Schrijvers et al. [1997]

4.1 Grundlagen des Modells von Schrijvers et al. [1997]

4.1.1 Grundlagen

Grundlegende Idee des Modells:

Nicht-radial pulsierende Sterne variieren in ihrer Form. Charakteristische Eigenschaften der nicht-radialen Pulsatoren sind also schwingende Sternoberflächen bei konstant bleibendem, mittlerem Sternradius. Physikalisch werden diese Oberflächenschwingungen als Geschwindigkeitsfelder aufgefasst, die durch die Pulsation ausgelöst werden. Diese Geschwindigkeitsfelder erzeugen durch den Dopplereffekt periodische Veränderungen in den Profilen der Absorptionslinien im Spektrum des Sternes, die mess- und auswertbar sind [Aerts et al., 1992].

Die grundlegende Idee für die Datenauswertung in dieser Arbeit ist der Vergleich der gemessenen, zeitlichen Profilvariationen im Spektrum mit einem theoretischen Modell. Dafür wird die χ_{red}^2 -Minimierungsmethode angewendet, um den Fit mit der besten Übereinstimmung mit den Messdaten zu bestimmen [Aerts et al., 1992]. Durch das Fitten des theoretischen Modells an die gemessenen Spektren sollen dann die Pulsationsmoden identifiziert werden [Schrijvers et al., 1997].

Das theoretische Modell nach Schrijvers et al. [1997], welches in meiner Arbeit Anwendung findet, basiert auf der Störungstheorie. Da die Pulsationen der SPB Sterne sehr geringe Amplituden aufweisen, rechtfertigt dies die Annahme, die Pulsation der SPB Sterne als kleine Störung der Sterne aus ihrem hydrostatischen und thermischen Gleichgewicht zu beschreiben.

Auftretende Problematiken

Grundsätzlich werden im Modell von Schrijvers et al. [1997] bei der Behandlung von Sternpulsationen zwei Probleme beschrieben: die Eigenrotation des Sterns und die Eindeutigkeit der Lösung.

Rotation: Im nicht-rotierenden Fall kann die Oberfläche eines nicht-radial schwingenden Sterns mit einer Kugelflächenfunktion beschrieben werden. Falls der Stern jedoch eine Eigenrotation aufweist, treten Corioliskräfte und Zentrifugalkräfte auf. Diese Kräfte haben einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Pulsation des Sterns, was die mathematische Beschreibung und Untersuchung der Pulsation in rotierenden Sternen deutlich

erschwert [Aerts and Waelkens, 1993].

Eindeutigkeit der Lösung: Die zweite Problematik beschäftigt sich mit der Eindeutigkeit der Lösung. Das Modell von Schrijvers et al. [1997], welches in meiner Arbeit Anwendung findet, beinhaltet viele freie Fitparameter, was die χ_{red}^2 -Landschaft groß und unübersichtlich werden lässt. Zusätzlich ist die χ_{red}^2 -Landschaft sehr zerklüftet, sodass das Finden des globalen Minimums durch den Fitalgorithmus nicht eindeutig gewährleistet werden kann.

Annahmen des Modells

Im Modell von Schrijvers et al. [1997] werden folgende Annahmen getroffen: Atmosphärische Veränderungen sowie Temperaturschwankungen sollen vernachlässigt werden, sodass die Ursache sämtlicher spektraler Variationen auf der schwingenden Sternoberfläche dem Dopplereffekt zugeschrieben wird. Eine zusätzliche Annahme nach Schrijvers et al. [1997] ist, dass die Pulsationsachse der Rotationsachse des Sternes entspricht. Dies vereinfacht das Modell. Für die Störungsrechnung werden nur Terme 1. Ordnung miteinbezogen. Physikalisch bedeutet das, dass das Modell das pulsierende Geschwindigkeitsfeld eines rotierenden Sterns unter Einbezug der Corioliskraft beschreibt. Die Zentrifugalkraft wird dagegen vernachlässigt, weshalb das Modell nach Schrijvers et al. [1997] nur für Sterne mit einer langsamen Eigenrotation gilt (*Slowly-Rotating-Stars*), da bei höheren Rotationsgeschwindigkeiten die Zentrifugalkräfte zu sehr Einfluss auf die sphärische Symmetrie des Sterns nehmen würden, welche das Modell nach Schrijvers et al. [1997] ebenfalls annimmt. Da die Rotationseffekte die Pulsationseffekte nicht überdecken dürfen, muss Gleichung (4.1) gelten.

$$\frac{\Omega}{\omega} \ll 1, \quad (4.1)$$

wobei $\frac{\Omega}{\omega}$ das Verhältnis der Rotations- zu Pulsationsfrequenz ist.

Resümierend wird nach Aerts and Waelkens [1993] und Schrijvers et al. [1997] also die Pulsationsgeschwindigkeit auf der Sternoberfläche einer nicht-radialen Mode eines rotierenden Sterns untersucht, die in 1. Ordnung zum Verhältnis $\frac{\Omega}{\omega}$ korrigiert wurde.

4.1.2 Störungsrechnung am Beispiel des Fadenpendels

Da die Formeln der Störungsrechnung am Beispiel der Sternaufbaugleichungen sehr kompliziert werden, sollen das Vorgehen und Verfahren der Störungsrechnung anhand des

Fadenpendels nach Kato [1976] vorgestellt werden.

Das Fadenpendel

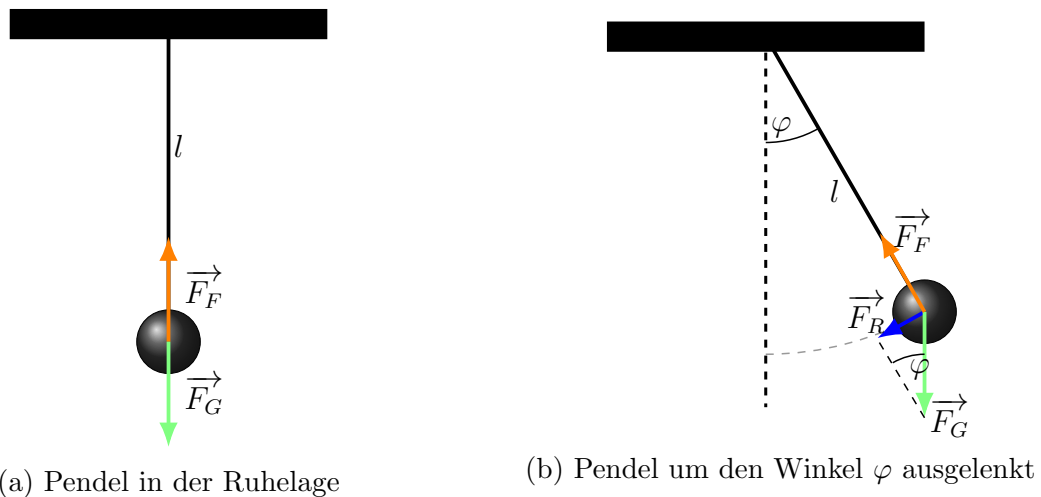


Abbildung 4.1: Veranschaulichung der Pendelauslenkung

In Abb. 4.1a wird ein Fadenpendel mit Fadenlänge l gezeigt, das sich in der Ruhelage, also im Kräftegleichgewicht, befindet. Somit ist der Betrag der wirkenden Kräfte (Gravitationskraft \vec{F}_G nach unten und entlang des Fadens wirkende Gegenkraft \vec{F}_F nach oben) gleich: $F_g = F_F$.

In Abb. 4.1b ist ein um einen kleinen Winkel φ ausgelenktes Pendel abgebildet. Dadurch entsteht eine Rückstellkraft \vec{F}_R , die zur Gleichgewichtslage gerichtet ist. Beim Loslassen des Pendels schwingt das Pendel periodisch auf einem Kreissegment in einer vertikalen Ebene über die Ruhelage von Umkehrpunkt zu Umkehrpunkt.

Annahmen

Es werden sämtliche Reibungseffekte (z.B. der Luftwiderstand) vernachlässigt, sowie die Masse des Fadens. Das Massestück am Ende des Fadens wird als Punktmasse angenommen. Die Auslenkung um den Winkel φ ist klein, sodass die Störungsrechnung anwendbar ist. Mit diesen Voraussetzungen spricht man von einem *Mathematischen Pendel*.

Die Störungsrechnung

Die Bewegung des Pendels lässt sich mit der nichtlinearen Differentialgleichung (4.2) beschreiben.

$$\ddot{\varphi} - \omega^2 \sin \varphi = 0, \quad (4.2)$$

wobei $\ddot{\varphi}$ die zweite Ableitung des Winkels φ nach der Zeit ist und ω die Eigenkreisfrequenz beschreibt mit $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$. Somit hängt die Eigenkreisfrequenz des Pendels nur von der Erdbeschleunigung $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ und der Länge des Fadens l ab.

Da es sich bei Gl. (4.2) um eine nichtlineare Differentialgleichung zweiter Ordnung handelt, lässt sie sich nicht analytisch lösen. Hier greift die Störungstheorie, eine Lösungsansatz, der mathematisch auf Reihenentwicklung basiert. Zur näherungsweise Lösung wird die Reihenentwicklung der Sinusfunktion (4.3) benutzt.

$$\sin \varphi = \varphi_0 + \varepsilon \varphi_1 + \varepsilon^2 \varphi_2 + \varepsilon^3 \varphi_3 + \dots, \quad (4.3)$$

mit $0 < \varepsilon \ll 1$ als Störungsfaktor.

Die einzelnen Summanden stellen die Ordnungen der Störung dar (gekennzeichnet mit $\varepsilon^n \varphi_n$ für die n -te Ordnung). Meist reicht bei kleinen Störungen die Betrachtung der ersten Ordnung und die Vernachlässigung höherer Ordnungen aus, um das physikalische Problem analytisch zu lösen.

Im Falle des Sinus ist die Potenzreihe (4.4) bekannt, bzw. lässt sich über die Taylorreihenentwicklung errechnen.

$$\sin \varphi = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\varphi^{2n+1}}{(2n+1)!} = \frac{\varphi}{1!} - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} - \dots \quad (4.4)$$

Für kleine Auslenkwinkel φ reicht die Störung 1. Ordnung ($\varphi_0 = 0, \varphi_1 = \varphi$ mit $\varepsilon = 1$) aus, um das Problem zu lösen. Die gestörte, linearisierte Bewegungsgleichung vereinfacht sich zu Gl. (4.5).

$$\ddot{\varphi} - \omega^2 \varphi = 0 \quad (4.5)$$

Diese lineare Differentialgleichung (4.5), auch als *Harmonischer Oszillator*¹ bekannt, ist

¹Schwingungsfähiges System mit linearer Rückstellkraft

analytisch lösbar und man erhält die Lösung (4.6).

$$\varphi = A \sin(\omega\varphi) + B \cos(\omega\varphi), \quad (4.6)$$

mit A, B durch Anfangsbedingungen zu bestimmende Amplituden und ω der Eigenkreisfrequenz.

4.1.3 Die gestörten Grundgleichungen des Sternaufbaus

Diese Beschreibung folgt Schrijvers et al. [1997]. Für die Behandlung der Pulsationsproblematik wurden die vier Sternaufbaugleichungen (**Bewegungsgleichung, Kontinuitätsgleichung, Gleichung zur Erhaltung der Energie, Poisson's Gleichung**, siehe Kapitel 2.1.2) einer Störungsrechnung unterzogen. Die Gleichungen mit Störkorrekturtermen für lineare isentronische² Pulsationen bei rotierenden Sternen sind in Gleichung (4.7) bis (4.10) angegeben [Schrijvers et al., 1997].

$$\omega^2 \boldsymbol{\xi} + 2i\omega(\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\xi}) = \nabla\Phi' - \frac{\rho'}{\rho^2} \nabla P + \frac{1}{\rho} \nabla' \quad (4.7)$$

$$\frac{\rho'}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \xi_r + \nabla \cdot \boldsymbol{\xi} = 0 \quad (4.8)$$

$$\frac{\rho'}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \xi_r = \frac{1}{\Gamma_1} \left(\frac{P'}{P} + \frac{1}{P} \frac{dP}{dr} \xi_r \right) \quad (4.9)$$

$$\nabla^2 \Phi' = 4\pi G \rho' \quad (4.10)$$

wobei $\boldsymbol{\xi} = (\xi_r, \xi_\theta, \xi_\phi)$ für den Lagrange-Displacement-Vektor in Kugelkoordinaten, ρ für die Dichte, P für den Druck und Φ für das Gravitationspotential steht. ρ', P' und Φ' sind die Eulerschen Störungsterme, $i = \sqrt{-1}$ und Γ_1 ist der erste allgemeine isentropische Koeffizient.

Die Vernachlässigung der Zentrifugalkraft in diesem Modell hat die Vernachlässigung der Verzerrung der sphärischen Symmetrie der Sterns sowie die Vernachlässigung der Effekte durch Einwirkung der Zentrifugalkraft auf die Pulsation zur Folge. Daher befindet sich der Stern in einem quasi statischen Zustand im thermischen und hydrostatischen Gleichgewicht, nur die zeitabhängigen Bewegungen der Pulsation werden mit $e^{i\omega t}$ beschrieben. Das Modell ist ausschließlich für *Slowly-Rotating-Stars* geeignet, da sonst bei großen Eigenrotationsgeschwindigkeiten die Zentrifugalkraft nicht vernachlässigbar wäre.

²Vorgang mit zeitlich konstant bleibender Entropie S

4.1.4 Lösungen nullter Ordnung - Zero-Rotating-Modell

Im ersten Schritt wird die Rotation vernachlässigt. Daher wird das Modell *Zero-Rotating-Modell* genannt. In diesem Modell wird sich nur mit der nullten Ordnung der gestörten Sternaufbaugleichungen befasst und Terme höherer Ordnungen vernachlässigt. Somit fallen alle Terme mit Rotationsfrequenz $\sim \Omega + \mathcal{O}(\Omega^2)$ weg, so dass der Stern ohne Eigenrotation betrachtet wird. Dies hat zur Folge, dass die Lösung des Differenzialgleichungssystems als eine Kugelflächenfunktion Y_l^m (Gl. (4.11)) geschrieben werden kann [Schrijvers et al., 1997]. Die Kugelflächenfunktion beschreibt dabei die Form der Pulsation.

$$Y_l^m(x) = P_l^{|m|} \cos \theta e^{im\phi} \quad (4.11)$$

mit dem Legendre-Polynom $P_l^{|m|}$ (Gl.(4.12)).

$$P_l^{|m|}(x) = \frac{(-1)^m}{2^l l!} (1-x^2)^{m/2} \frac{d^{l+m}}{dx^{l+m}} (x^2-1)^l \quad (4.12)$$

Der Lagrange-Displacement-Vektor ξ

Der *Lagrange-Displacement-Vektor* ξ beschreibt die 3D-Differenz eines (Oberflächen-) Elements im Stern zwischen dem nicht pulsierenden und dem pulsierenden Fall. Er beschreibt also die räumliche Abweichung der Sternoberfläche von der Ruhelage des Sterns auf einem definierten, kleinen Oberflächenbereich. Pulsationen veranlassen die Verschiebung eines Elements im Stern in alle drei Richtungen (r, θ, ϕ), sodass es sich bei ξ um einen Vektor in Kugelkoordinaten handelt [Aerts et al., 2010].

Nach Schrijvers et al. [1997] lässt sich der Lagrange-Displacement-Vektor ξ einer sphärischen Mode eines nicht-rotierenden Sterns in Kugelkoordinaten durch eine Kugelflächenfunktion Y_l^m beschreiben (Gl. (4.13))³.

$$\xi = \left(a^{(0)}, b^{(0)} \frac{\partial}{\partial \theta}, b^{(0)} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) N_l^m Y_l^m(\theta, \phi) e^{i\omega^{(0)}t} \quad (4.13)$$

mit dem Normierungsfaktor N_l^m (Gl. (4.14)).

$$N_l^m = (-1)^{\frac{m+|m|}{2}} \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} \quad (4.14)$$

³ $x^{(0)}$ beschreibt einen Parameter x bezogen auf das Zero-Rotating-Modell

In Gl. (4.13) entsprechen $a^{(0)}$ und $b^{(0)}$ der horizontalen bzw. vertikalen Amplitude der Schwingung. Der Parameter $k^{(0)}$ wird als Verhältnis der horizontalen zur vertikalen Amplitude eingeführt und kann unter Berücksichtigung der *Cowling Approximation* ($\Phi' = 0$) mit Gl. (4.15) ausgedrückt werden [Schrijvers et al., 1997].

$$k^{(0)} = \frac{b^{(0)}}{a^{(0)}} = \frac{GM}{(\omega^{(0)})^2 R^3} \quad (4.15)$$

wobei G die Gravitationskonstante, M die Masse und R den Radius des Sterns bezeichnet. $\omega^{(0)}$ ist die Pulsationsfrequenz bezogen auf des Zero-Rotating-Modell.

Der Parameterraum

Resümierend erhält man die Parameter $l, m, a^{(0)}, b^{(0)}, \omega^{(0)}$ für das Zero-Rotating-Modell.

4.1.5 Lösungen erster Ordnung - Slowly-Rotating-Modell

Da man annehmen muss, dass der Stern eine Eigenrotation besitzt, reicht das Zero-Rotating-Modell nicht mehr aus, um die Pulsation des rotierenden Sterns ausreichend zu beschreiben. Deswegen wird das *Slowly-Rotating-Modell* eingeführt, in dem die erste Ordnung der Störungsrechnung behandelt wird. Somit fließen Effekte der Corioliskraft ($\sim \Omega$) und deren Einfluss auf die Pulsation in die Auswertung der Daten mit ein. Die Zentrifugalkräfte ($\sim \Omega^2$) werden weiterhin vernachlässigt, weshalb die Voraussetzung der langsamen Eigenrotation gelten muss ($\frac{\Omega}{\omega} < 1$), welche namensgebend für dieses Modell ist.

Bei Einsetzen der Corioliskraft treten neben den spheroidalen Termen aus dem Zero-Rotating Modell auch toroidal Korrekturterme auf, die durch die Corioliskraft hervorgerufen werden. Somit lässt sich die Eigenfunktion eines rotierenden Sterns mit der Superposition der Eigenfunktionen des Zero-Rotating-Modells und einem spheroidal und zwei toroidal Korrekturtermen in der horizontalen Amplitude a schreiben (Gl. (4.16) bis (4.18)).

$$a_{sph,l} = a^{(0)} + \frac{\Omega}{\omega^{(0)}} a^{(1)} \quad (4.16)$$

$$a_{tor,l+1} = \frac{\Omega}{\omega^{(0)}} \frac{l - |m| + 1}{l + 1} \frac{2}{2l + 2} (1 - lk^{(0)}) a^{(0)} \quad (4.17)$$

$$a_{tor,l-1} = \frac{\Omega}{\omega^{(0)}} \frac{l + |m|}{l} \frac{2}{2l + 2} (1 + (l + 1)k^{(0)}) a^{(0)} \quad (4.18)$$

Der Lagrange-Displacement-Vektor ξ im rotierenden Fall

Der Lagrange-Displacementvektor im rotierenden Fall wird durch Gleichung (4.19) beschrieben.

$$\begin{aligned} \xi = & a_{sph,l} \left(1, k \frac{\partial}{\partial \theta}, k \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) N_l^m Y_l^m(\theta, \phi) e^{i\omega t} \\ & + a_{tor,l+1} \left(0, \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}, -\frac{\partial}{\partial \theta} \right) N_l^m Y_{l+1}^m(\theta, \phi) e^{i(\omega t + \frac{\pi}{2})} \\ & + a_{tor,l-1} \left(0, \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}, -\frac{\partial}{\partial \theta} \right) N_l^m Y_{l-1}^m(\theta, \phi) e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})} \end{aligned} \quad (4.19)$$

Der Parameter k wird auch durch die Rotation des Sterns beeinflusst. Das Verhältnis von horizontaler zur vertikaler Amplitude, das der Parameter k ausdrückt, wird bei einem rotierenden Stern durch Gleichung (4.20) beschrieben.

$$k \equiv \frac{b}{a} = \frac{GM}{\omega^2 R^3} + \frac{2m}{l(l+1)} \frac{\Omega}{\omega} \left(1 + \frac{GM}{\omega^2 R^3} \right) \quad (4.20)$$

Der Parameterraum

Resümierend erweitert sich der Parameterraum bei einem rotierenden Stern zu $l, m, a_{sph,l}, k^{(0)}\omega^{(0)}, \frac{\Omega}{\omega^{(0)}}$ für das Slowly-Rotating-Modell.

4.1.6 Linienprofilvariationen

Die Oberflächenbewegung eines Sterns, verursacht durch Pulsation, hat Einfluss auf das Linienprofil der Absorptionslinien. Man modelliert eine Linienprofilvariation als Ergebnis der Doppler-Geschwindigkeiten, die mit der Oszillationsbewegung auf der Sternoberfläche zusammenhängt. Dabei werden Temperatur- und Schwerkraftschwankungen, sowie atmosphärische Effekte, die Auswirkungen auf das Linienprofil haben können, vernachlässigt.

Das pulsierende Geschwindigkeitsfeld \mathbf{V} wird durch die zeitliche Ableitung des Lagrange-Displacement Vektors ξ ermittelt (Gl. (4.21)).

$$\mathbf{V} = \frac{\partial \xi}{\partial t} = i\omega \xi \quad (4.21)$$

Berechnung des Linienprofils

Die als Sphäre angenommene Sternoberfläche wird typischerweise in mehr als 5000 sichtbare, gleichgroße Oberflächenelemente eingeteilt. Für jedes dieser Elemente wird die Rotations- und Pulsationsgeschwindigkeit unter Verwendung des Dopplereffekts berechnet. Dadurch erhält jedes Oberflächenelement in den Absorptionslinien sein intrinsisches, Dopplerverschobenes Gaußprofil. Das Linienprofil des gesamten Sterns erhält man durch eine gewichtete Integration der dopplerverschobenen Gaußprofile über alle Flächenelemente. Die Gewichtung der Integration ist stark abhängig von dem Betrachtungswinkel des Flächenelements, wobei die Verzerrung der Oberfläche abhängig von diesem Winkel vernachlässigt wird, und dem *limb-darkening-Korrekturfaktor* α , welcher für 18 Peg auf einen für B-Sterne typischen Wert von $\alpha = 0.35$ gesetzt wird [Telting and Schrijvers, 1997].

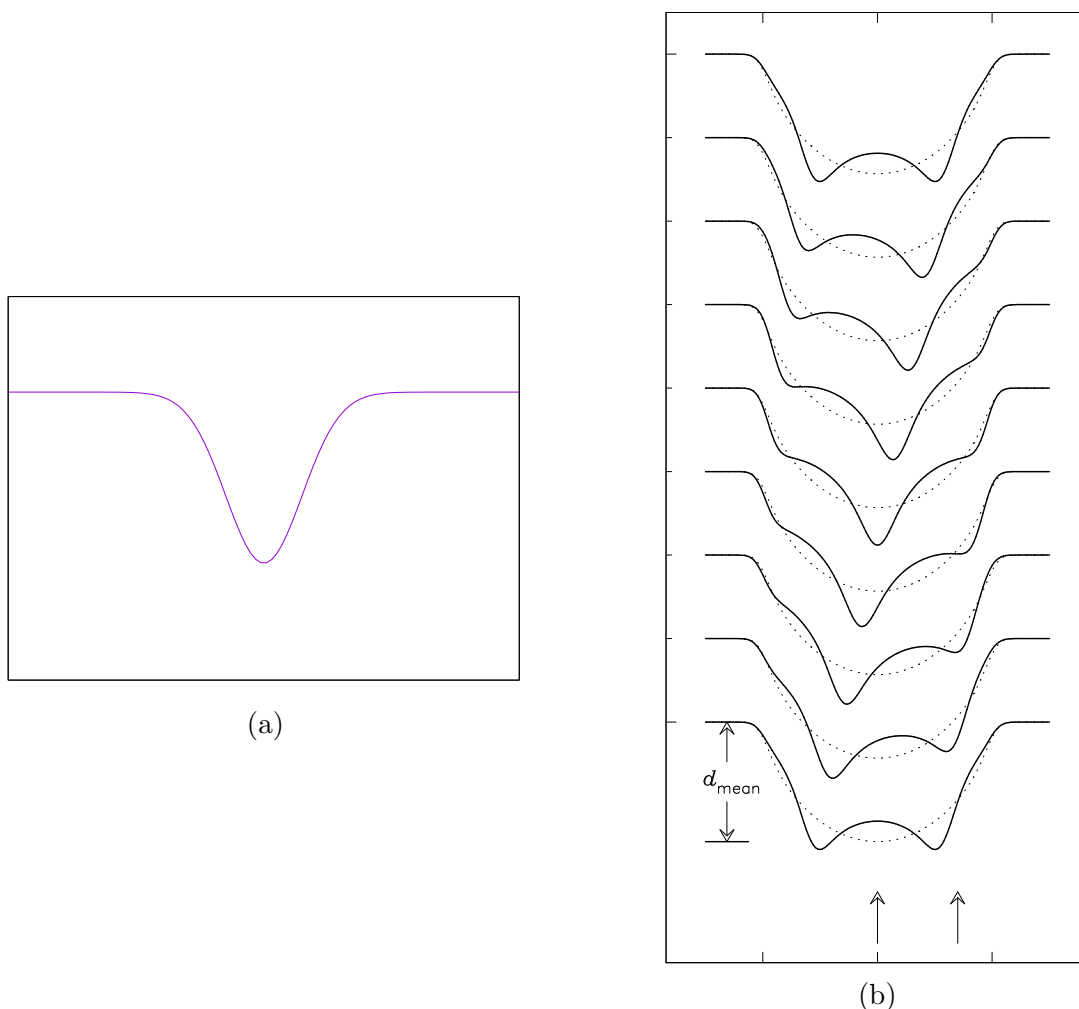


Abbildung 4.2: (4.2a) gaußförmige Absorptionslinie eines nicht pulsierenden Sterns, (4.2b) Variation des Linienprofils einer Absorptionslinie eines pulsierenden Sterns über eine Pulsationsperiode

Abb. 4.2a zeigt eine theoretisch berechnete Absorptionslinie eines nicht pulsierenden

Sterns in ihrer klassischen Gaußform. In Abb. 4.2b sieht man dagegen die zeitlich bedingte Variation einer Absorptionslinie bei vorhandener Sternpulsation. Die hier gezeigte Linienprofilvariation bedeckt genau eine Pulsationsperiode.

4.1.7 Die χ_{red}^2 - Minimierung und Landschaft

Die χ_{red}^2 - Minimierung ist ein mathematisches Standardverfahren in der heutigen Physik zur Ermittlung von Fitkurven. Bei dem χ_{red}^2 handelt es sich um eine Abbildung von dem n -dimensionalen Parameterraum (bei n Parametern) auf einen skalaren Wert (Gl. (4.22)).

$$\chi_{red}^2: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \quad (4.22)$$

Anhand diesem skalaren Wert des χ_{red}^2 wird die Güte des Fits gemessen. Dabei können drei Fälle eintreten:

$\chi_{red}^2 = 1$: Die Fitkurve liegt genau auf allen Standardabweichungen der gemessenen Datenpunkte. Dies ist der Optimalfall.

$\chi_{red}^2 < 1$: In diesem Fall wird zu viel in die Messung hineininterpretiert. Es sind zu wenig Datenpunkte für zu viele Fitparameter vorhanden.

$\chi_{red}^2 > 1$: In diesem Fall ist die Messung nicht mit der Annahme verträglich. Das Modell wird verworfen.

Berechnung des χ_{red}^2

Das χ_{red}^2 kann auf N Datenpunkten mit Gl. (4.23) berechnet werden.

$$\chi_{red}^2 = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - f(x_i)}{\Delta y_i} \right)^2 \quad (4.23)$$

mit x_i, y_i als Parameter der gemessenen Datenpunkte (mit $i \in \{1, \dots, N\}$), wobei es einen funktionalen Zusammenhang zwischen y_i mit x_i gibt, $f(x_i)$ als Fitfunktion, Δy_i als Fehler von y_i und d als Anzahl der Freiheitsgrade.

Die χ_{red}^2 Minimierung

Ziel des Fitprozesses ist die Minimierung des χ_{red}^2 - Wertes durch Assimilation der Fitparameter. Der Optimalwert liegt bei $\chi_{red}^2 = 1$.

Die χ_{red}^2 Landschaft

Alle Werte des χ_{red}^2 , die durch alle möglichen Variationen der Parameter berechnet werden, bilden die χ_{red}^2 - Landschaft. Das globale Minimum der χ_{red}^2 - Landschaft gibt die

Parameter aus, bei denen die Fitfunktion am besten zu den gemessenen Daten passt.

Durch einen Algorithmus werden zufällig gewählte Bereiche der χ_{red}^2 - Landschaft auf ihr Minimum untersucht. Da die χ_{red}^2 - Werte sehr empfindlich auf kleinste Veränderungen der Parameter reagieren, ist die χ_{red}^2 - Landschaft sehr zerklüftet. Dadurch kann nicht gewährleistet werden, dass das globale Minimum gefunden wird.

5 Auswertung der Spektralanalyse

5.1 Motivation

Nach Irrgang et al. [2016] ist 18 Peg ein Kandidat, der Aufschluss über die obere Grenze der Hauptreihe geben könnte. Anhand asteroseismologischer Analysen kann man ein besseres Verständnis der inneren Struktur und Abläufe des Sterns erlangen, die sich wiederum auf die Position im HRD auswirken.

Für die Auswertung der Daten wurden Spektren des Sterns 18 Peg verwendet und daraus schwache Metalllinien ausgewählt, an denen das Linienprofil untersucht wurde. Das Modell von Schrijvers et al. [1997] wurde durch einen Fitalgorithmus an das Linienprofil der gemessenen Spektren gefittet und daraus dann die Fitparameter ermittelt, die in 5.2 vorgestellt werden. Daraus können weitere Parameter errechnet werden, so wie z. B. die Oberflächenbeschleunigung $\log g$, die uns Aufschluss über die Lage von 18 Peg im Kiel diagramm gibt. Die Güte des Fits wird durch den Parameter χ_{red}^2 angegeben. Leider konnte aufgrund der großen Anzahl der Parameter nicht die ganze χ_{red}^2 -Landschaft untersucht werden. Daher stellt das Ergebnis, das in Kapitel 5.5 und 5.7 vorgestellt wird, ein lokales Minimum der χ_{red}^2 -Landschaft dar. Ob dieses lokale Minimum auch dem globalen Minimum entspricht, konnte in dieser Zulassungsarbeit nicht ermittelt werden.

In Irrgang et al. [2016] wurde nur eine Mode in der Analyse verwendet. Jedoch zeigen SPB Sterne meist Schwingungen in mehreren Moden. Ziel dieser Zulassungsarbeit ist es, Modelle an die Daten zu fitten, jedoch mit einer, zwei oder drei Moden und die Ergebnisse dann zu vergleichen. Generell wurden dabei die UVESdaten und die HERMESdaten getrennt behandelt.

5.2 Der Parameterraum

Die Moden werden durch l und m charakterisiert, also den Parametern der Kugelflächenfunktion, die die nicht-radiale Pulsation beschreibt. Diese diskreten Parameter können nicht gefittet werden und werden daher bei der Auswertung durchgestept. Nach Schrijvers et al. [1997] und Irrgang et al. [2016] ist das resultierende, dopplerverschobene Linienprofil eine Funktion, die von folgenden Parametern abhängt:

a_{sph} ist die vertikale Amplitude der Schwingung.

$k^{(0)}$ ist das Verhältnis der horizontalen zu vertikalen Amplitude der Schwingung, bezogen auf den nicht-rotierenden Fall.

$\omega^{(0)}$ ist die Oszillationsfrequenz, bezogen auf nicht-rotierenden Fall.

$\Omega/\omega^{(0)}$ ist das Verhältnis der Rotationsfrequenz Ω zu $\omega^{(0)}$.

i_r ist die Inklination der Pulsations- / Rotationsachse.

$v \sin i_r$ ist die projizierte Rotationsgeschwindigkeit.

ϕ_{osc} ist die Oszillationsphase.

ϕ_{rot} ist die Rotationsphase.

Des Weiteren lassen sich folgende Größen mit den gefitteten Parametern ermitteln:

$P_{osc} = 2\pi/\omega$ ist die Oszillationsperiode des Sterns.

$P_{rot} = 2\pi/\Omega$ ist die Rotationsperiode des Sterns.

$R = \frac{v \sin i_r \cdot P_{rot}}{\sin i_r}$ ist der Radius des Sterns.

$M = \frac{k^{(0)} \cdot (\omega^{(0)})^2 \cdot R^3}{G}$ ist die Masse des Sterns, wobei G die Gravitationskonstante ist.

$\log g = \log \left(\frac{GM}{R^2} \right)$ ist die Oberflächenbeschleunigung.

Auswertung

In der Datenauswertung dieser Zulassungsarbeit wurden jeweils HERMES- und UVESdaten getrennt ausgewertet. Grund dafür ist, dass die UVESdaten ein deutlich höheres Signal-zu-Rauschen aufzeigen als die HERMESdaten. Durch diese höhere Auflösung können bei UVES mehr Feinheiten in den Linienprofilvariationen der Pulsation zugeordnet werden. Bei HERMES werden diese feinen Informationen vom Rauschen überdeckt. Da das Auflösungsvermögen nicht in die Auswertung einbezogen wurden, lässt sich daraus folgern, dass das χ_{red}^2 der HERMESdaten tendenziell niedriger ist als bei UVES (χ_{red}^2 Werte im Bereich von 1 bis 2 bei HERMES, nicht unter 2 bei UVES). Die Zeitspannen zwischen den einzelnen Aufnahmen der Spektren sind bei UVES sehr groß (z.T. mehrere Pulsationsperioden lang), weshalb die HERMESdaten trotz ihrer schlechteren Auflösung zu der Auswertung dieser Arbeit hinzugezogen wurden, da diese auch mehrere Spektren innerhalb einer Pulsationsperiode abdecken.

5.3 Eine Mode

Zuerst wurde das Modell anhand einer Mode an die Absorptionslinien gefittet. Hier wurden die Daten auf zwei verschiedene Arten ausgewertet.

5.3.1 l und m

In dieser Methode werden die Parameter l und m im Wertebereich von 0 bis 7 durchgestept, wobei $-l \leq m \leq l$ gilt, und daran die restlichen Parameter anhand des Fitalgorithmus bestimmt. In Abb. 5.1 wurde im Plot für die UVES- (5.1a) und HERMESdaten (5.1b) jeweils m und l auf einer Achse angetragen. Der Wert der χ_{red}^2 lässt sich anhand der Farbskala ablesen.

Während bei den UVESdaten die χ_{red}^2 Landschaft über m verteilt sehr streut, sieht man bei den HERMESdaten, dass negative m Werte unwahrscheinlicher sind als positive. Generell lassen sich zwei gute χ_{red}^2 Werte aus jedem Plot lesen (UVES: (4,0) und (6,0) / HERMES: (2,1) und (6,1)). Auffällig ist, dass alle vier Werte bei kleinen m Werten liegen (0 oder 1). Ein guter χ_{red}^2 Wert tritt bei $l = 6$ in beiden Plots auf, welcher daher im Vergleich der beiden Datenauswertungen als idealster Wert in diesem Modell angenommen werden kann.

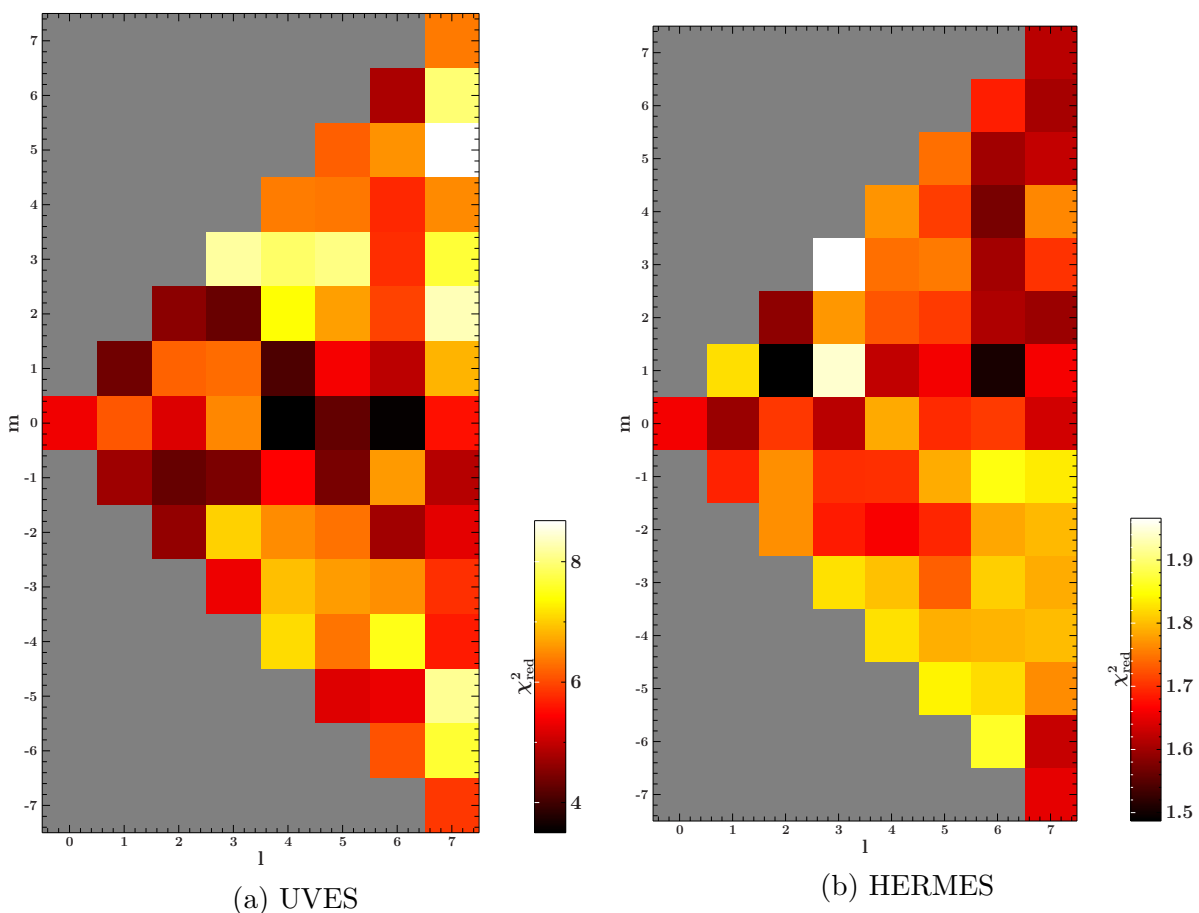


Abbildung 5.1: 1 Mode: χ_{red}^2 über l und m

5.3.2 l

Da es bei dem Durchsteppen von sowohl l als auch m zu einer hohen Anzahl an Parametern und zu langen Rechenzeiten kommt, wurde hier eine neue Methode angewendet. Statt m ganzzahlig durchzusteppen, wurde ein neuer Parameter m' definiert, der Werte zwischen -1 und 1 annehmen kann ($-1 \leq m' \leq 1$), und einfach mitgefittet wurde. Das gerundete Produkt aus l und m' ergibt den eigentlichen Kugelflächenparameter m :

$$l \cdot m' \approx m$$

Auch bei der Auswertung mit 2 und 3 Moden fand diese Methode Anwendung.

Abb. 5.2 zeigt für die HERMES- (5.2b) und UVESdaten (5.2a) jeweils das χ_{red}^2 über l angetragen. Bei HERMES deutet der Verlauf an, dass das χ_{red}^2 Minimum beim Wert $l = 5$ liegt. Bei UVES ist genau dieser Wert das Maximum, da jedoch der restliche Kurvenverlauf auf ein Minimum bei $l = 4$ oder $l = 5$ hindeutet, kann der Wert bei $l = 5$ in den UVESdaten als Ausreißer angenommen werden. Ein hoher l Wert würde auch gut mit der Auswertung von Kapitel 5.3.1 übereinstimmen.

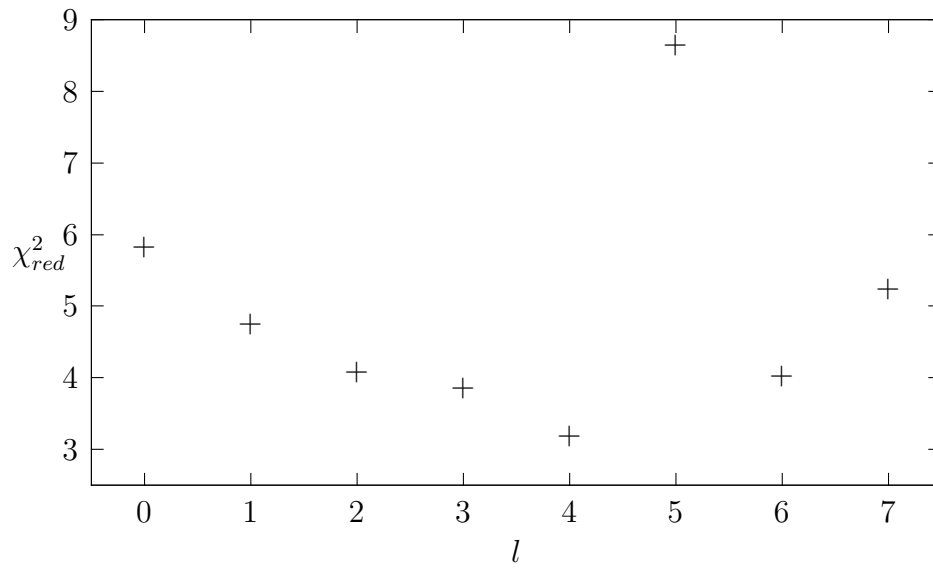
In Abb. 5.3 wurde nun der gefittete m Wert über l angetragen. Während man bei UVES eine Schwankung um den Wert $m = 0$ feststellen kann, was zur Datenauswertung von Kapitel 5.3.1 passen würde, tendiert HERMES zu höheren, negativen m Werten bei steigendem l Wert. Bei $l = 5$ ergeben beide Datensätze den identischen Wert von $m = -3$, welcher jedoch schon weit von 0 streut.

Vergleich mit Irrgang et al. [2016]

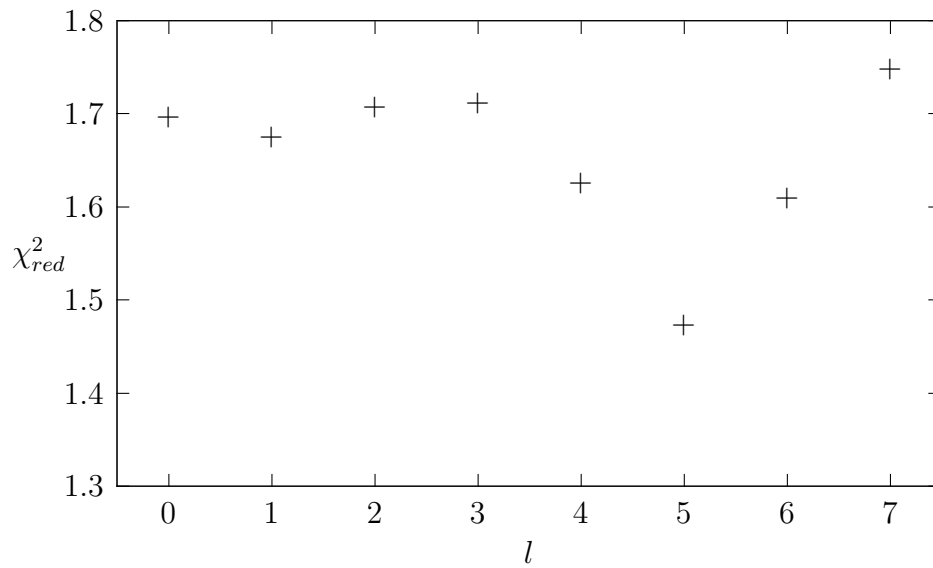
In Irrgang et al. [2016] wurden nur UVESdaten verwendet. Die besten drei Werte für χ_{red}^2 werden in Tabelle 5.1 dargestellt. Wie man sieht, tendiert auch das Ergebnis von Irrgang et al. [2016] zu einem hohen l Wert und einem m Wert um die 1. Diese Tendenz zeigt sich auch in der Auswertung dieser Arbeit, nur mit noch einem besseren χ_{red}^2 Wert.

Tabelle 5.1: Bester Fit von Irrgang et al. [2016]

l	m	χ_{red}^2
5	+1	4.3
6	+1	5.3
7	+1	5.4



(a) UVES



(b) HERMES

Abbildung 5.2: 1 Mode: χ_{red}^2 über l

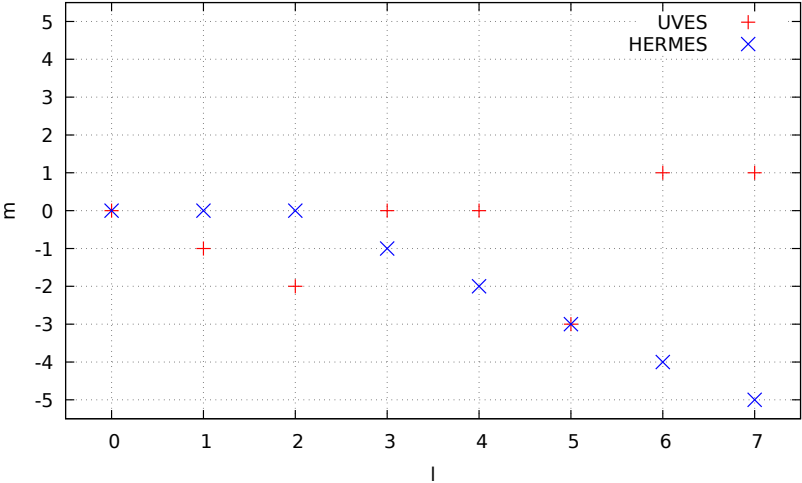


Abbildung 5.3: 1 Mode, gefittetes m über l angetragen

5.4 Zwei Moden

In dieser Auswertung wurde mit zwei Moden gearbeitet. Daher zeigt Abb. 5.4 die χ_{red}^2 Landschaft über l_1 und l_2 aufgetragen. In diesem Fall ergeben HERMES- und UVESdaten unterschiedliche Ergebnisse: Während die UVES-Daten ein Minimum der χ_{red}^2 Landschaft bei kleinen Werten von l_1 zeigen ($l_1 \leq 1$), tendieren die HERMESdaten zu großen l_1 Werten ($l_1 \geq 3$). Dafür kann der zweite Wert l_2 in beiden Plots als groß ($l_2 \geq 4$) angenommen werden.

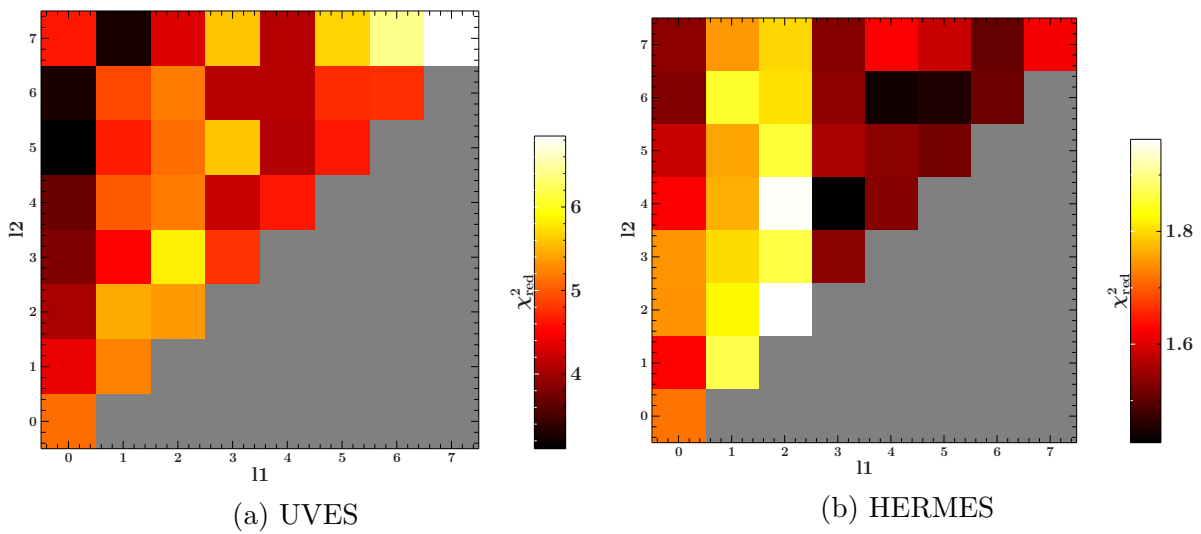


Abbildung 5.4: 2 Moden: χ_{red}^2 über l_1 und l_2

5.5 Bestes Ergebnis für zwei Moden

In Abb. 5.5 und 5.6 sieht man die jeweils besten Fits (rot) an den gemessenen Linienprofilen (schwarz) von UVES und HERMES. Die jeweilig dazugehörigen Fitparameter befinden sich in Tabelle 5.2.

Tabelle 5.2: Fitwerte der besten Fits von UVES und HERMES

Parameter	UVES	HERMES
χ_{red}^2	3.12	1.43
l_1	0	3
l_2	5	4
m_1	0	-1
m_2	-3	-2
$v \sin i$	18.15 km/s	20.78 km/s
i	89.49°	50.73°
P_{rot}	23.90 d	10.59 d
R	3.11 R_{\odot}	5.62 R_{\odot}
$k_1^{(0)}$	8.03	0.97
$k_2^{(0)}$	7.18	0.78
M_1	5.01 M_{\odot}	4.00 M_{\odot}
M_2	4.02 M_{\odot}	6.02 M_{\odot}
$\log g_1$	3.27	3.54
$\log g_2$	3.18	3.72

Tabelle 5.2 zeigt, dass es durchaus beträchtlich Abweichungen der Parameter gibt, wenn man die Datensätze von UVES und HERMES miteinander vergleicht. Während UVES zu einem hohen und einem niedrigen l Wert tendiert, gibt HERMES l Werte im mittleren Bereich aus. Beide Datensätze zeigen, dass m Werte nahe der 0 annimmt, wobei die Tendenz eher zu negativen Werten verläuft. $v \sin i$ ist noch der Parameter, der im Vergleich von UVES und HERMES die größte Identität zeigt, die anderen Parameter weichen stark voneinander ab.

In Abb. 5.7 wurden die Werte von $\log g$ der einzelnen Datensätze (UVES: rot, HERMES: blau) über die einzelnen Moden aufgetragen, da gerade $\log g$ für das Kiendiagramm von entscheidender Bedeutung ist. Zusätzlich wurden der in Irrgang et al. [2016] ermittelte beste Wert von $\log g$ eingetragen. Da Irrgang et al. [2016] nur eine Mode behandelt, wurde immer der selbe Wert angenommen. Man erkennt deutlich, dass UVES und Irrgang et al. [2016] ähnliche Werte besitzen (Abweichung $< 2\%$), während HERMES höhere Werte für $\log g$ besagt.

KAPITEL 5. AUFWERTUNG DER SPEKTRALANALYSE

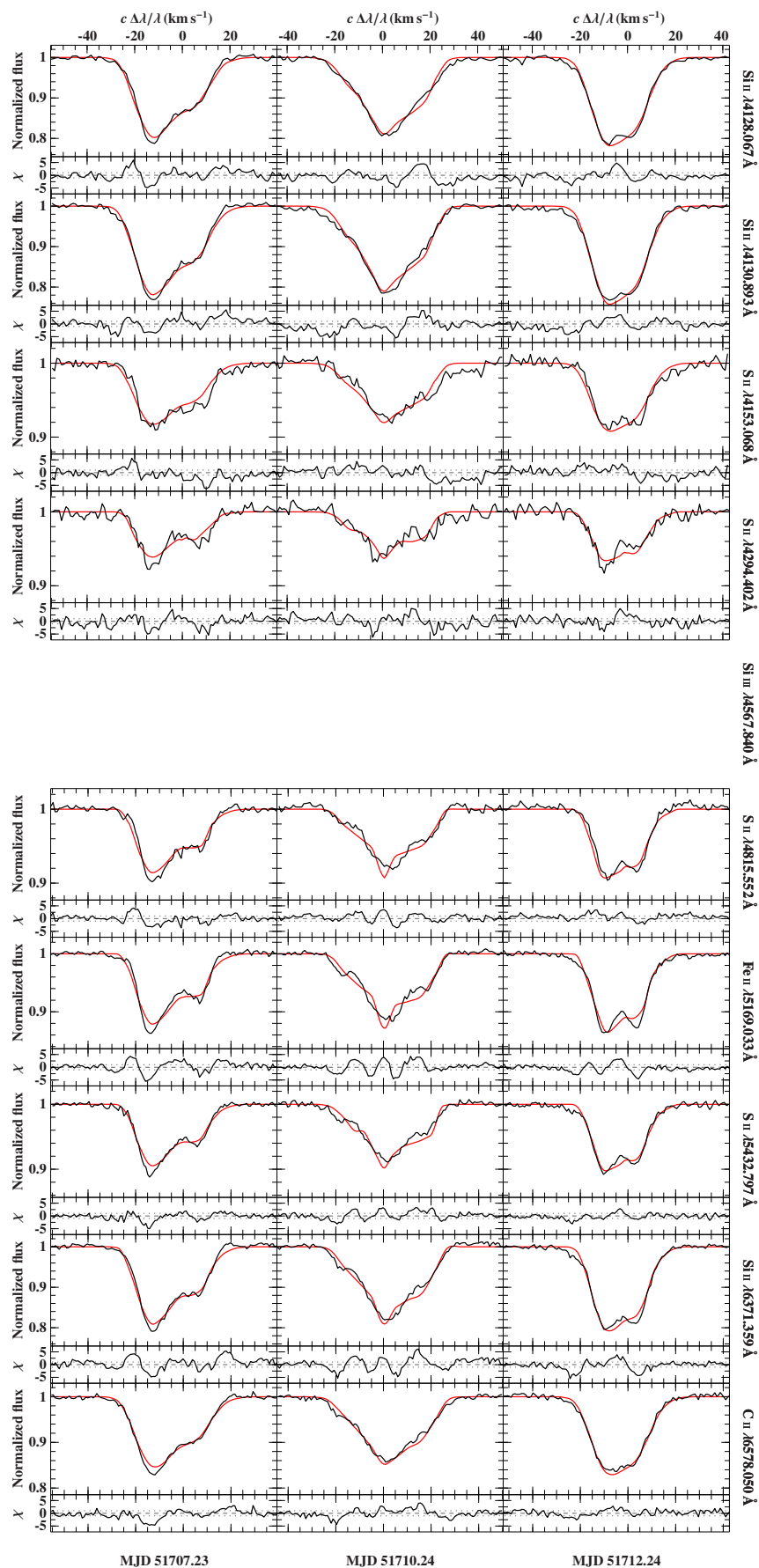


Abbildung 5.5: UVES: Absorptionslinien (schwarz) mit gefitteten Modell (rot),
 $l_1 = 0$, $l_2 = 5$, $\chi_{red}^2 = 3.12$

KAPITEL 5. AUSWERTUNG DER SPEKTRALANALYSE

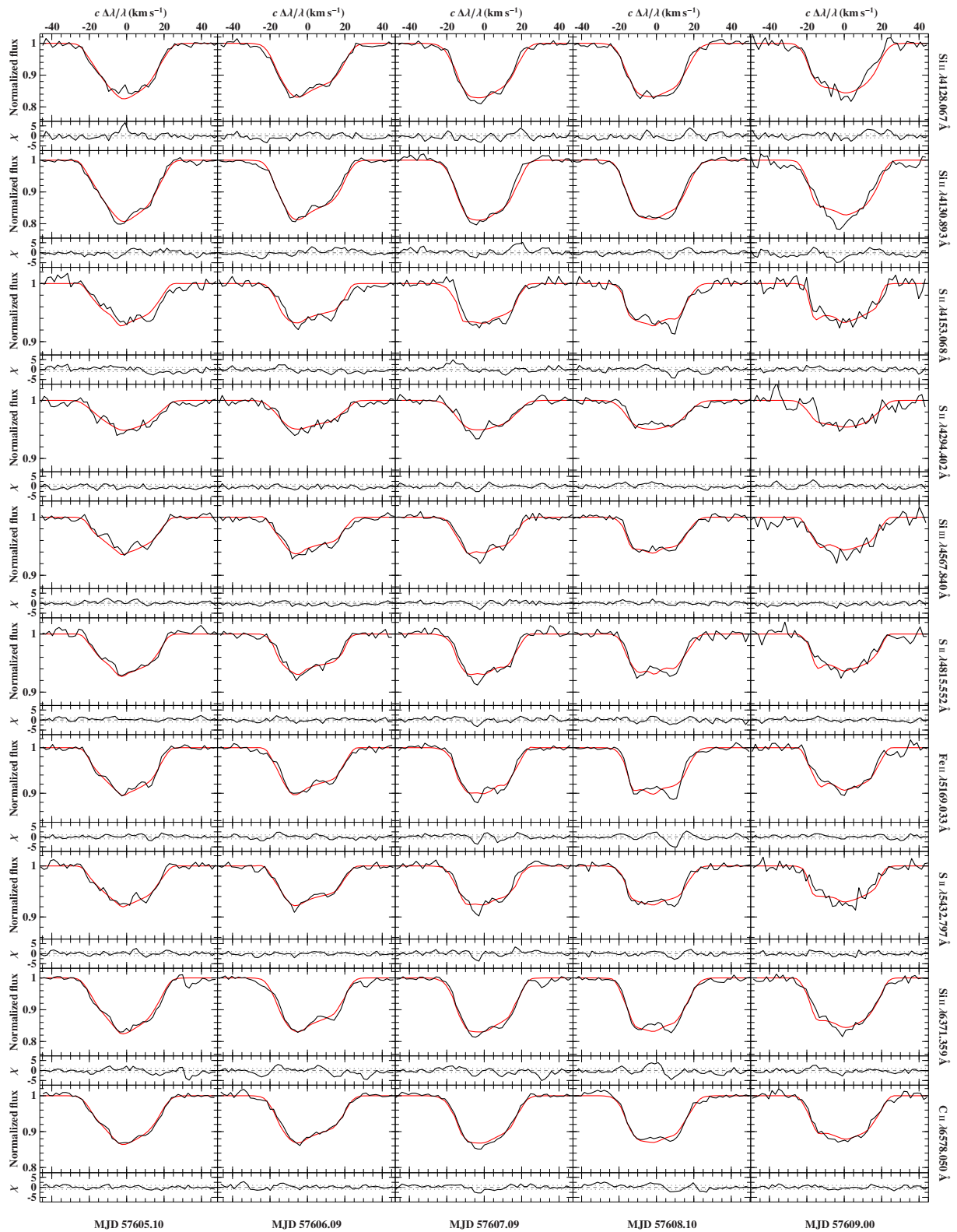


Abbildung 5.6: HERMES: Absorptionslinien (schwarz) mit gefitteten Modell (rot),
 $l_1 = 3, l_2 = 4, \chi^2_{red} = 1.43$

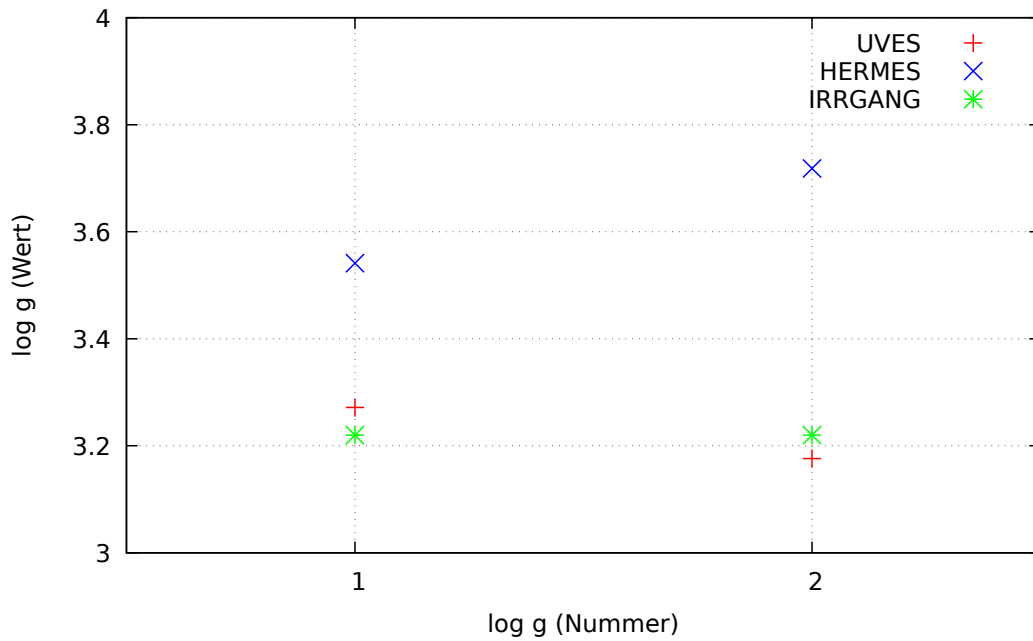


Abbildung 5.7: Die ermittelten Werte von $\log g$ im Vergleich

Tabelle 5.3 zeigt die gemittelten $\log g$ Werte von UVES und HERMES in Vergleich zu Irrgang et al. [2016]. UVES und Irrgang et al. [2016] sind aus dem gleichen Datensatz entstanden, haben jedoch unterschiedliche Anzahl an Moden (Irrgang et al. [2016]: eine Moden, UVES: zwei Moden). Dennoch besitzen beide den selben $\log g$ Wert. HERMES stimmt mit einer Abweichung von 11.29% nicht mit den beiden anderen Datensätzen überein.

Tabelle 5.3: Gemittelte $\log g$ Werte von UVES und HERMES, best Fit von Irrgang et al. [2016]

UVES	HERMES	IRRGANG
3.22	3.63	3.22

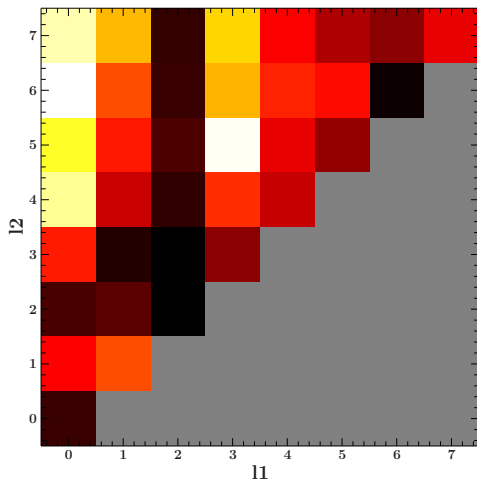
5.6 Drei Moden

In diesem Fall wurden 3 Moden in das Modell miteinbezogen. In Abb. 5.8 sieht man die drei Kombinationsmöglichkeiten, wenn man die χ_{red}^2 Landschaft über je zwei l_i ($i \in \{1, 2, 3\}$) aufträgt. l_1 zeigt sowohl in Abb. 5.8a als auch in 5.8b ein Minimum bei dem Wert 2, wobei l_2 für alle Werte ≥ 2 annehmbar wäre. Die Annahme ist auch mit Abb. 5.8c und 5.8d gut verträglich, wenn man l_3 einen hohen Wert (≥ 6) zuordnet. Wenn $l_3 \geq 6$ ist, müsste zur χ_{red}^2 Minimierung l_1 einen ebenfalls großen Wert (≥ 5) annehmen, wie Abb. 5.8e und 5.8f zeigen. Somit ergibt diese Auswertung, dass in dem Modell eine niedrige und zwei hohe Moden gewählt werden müssten, um das χ_{red}^2 zu minimieren.

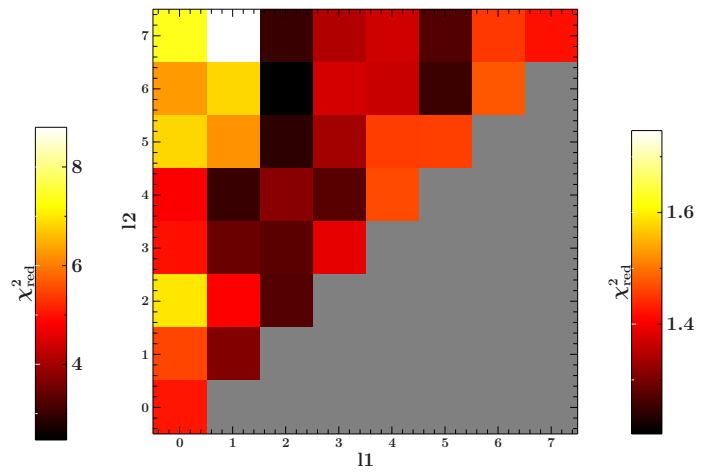
Generell sieht man an jedem der Plots und der Tabelle 5.4, dass sich das χ_{red}^2 minimiert, je höher die Anzahl der Moden ist. Während sich der Wert des χ_{red}^2 beim Schritt von einer auf zwei Moden nur gering ändert (UVES: $\approx 2.6\%$, HERMES: $\approx 0.1\%$), ist dagegen der Unterschied bzw. die Verbesserung der Werte von zwei auf drei Moden deutlich höher (UVES: $\approx 26.0\%$, HERMES: $\approx 15.6\%$).

Tabelle 5.4: Beste χ_{red}^2 Werte dieser Arbeit

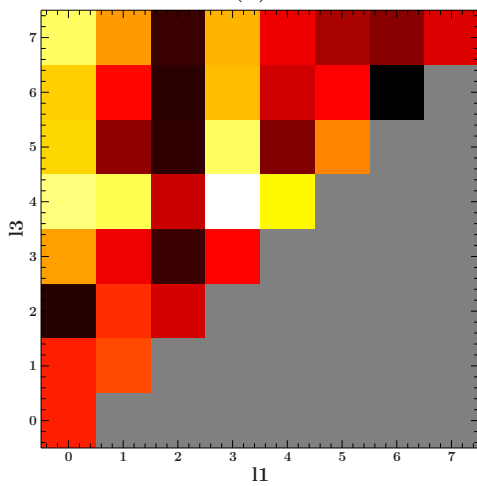
	UVES	HERMES
1 Mode	3.188	1.427
2 Moden	3.105	1.425
3 Moden	2.299	1.202



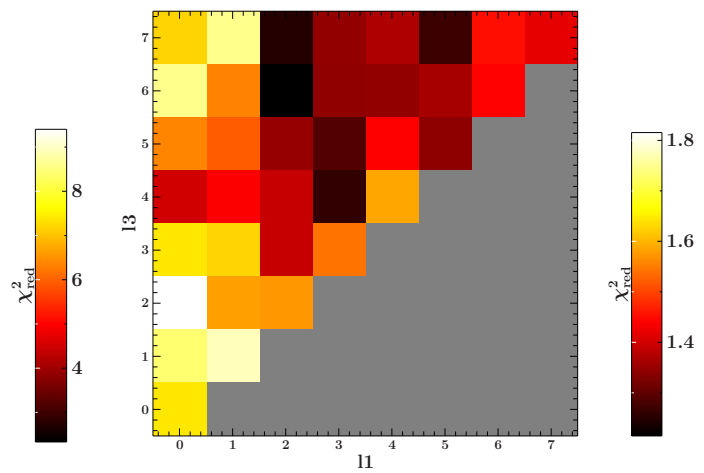
(a) UVES



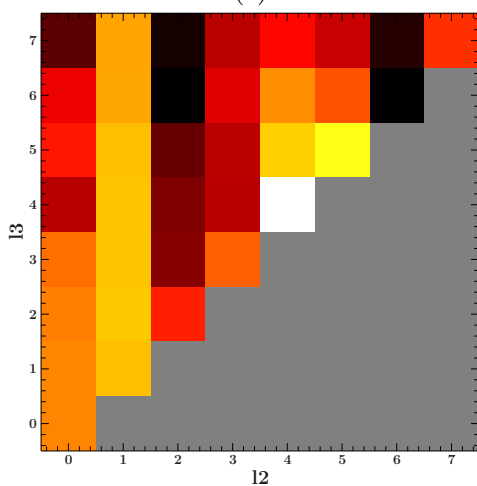
(b) HERMES



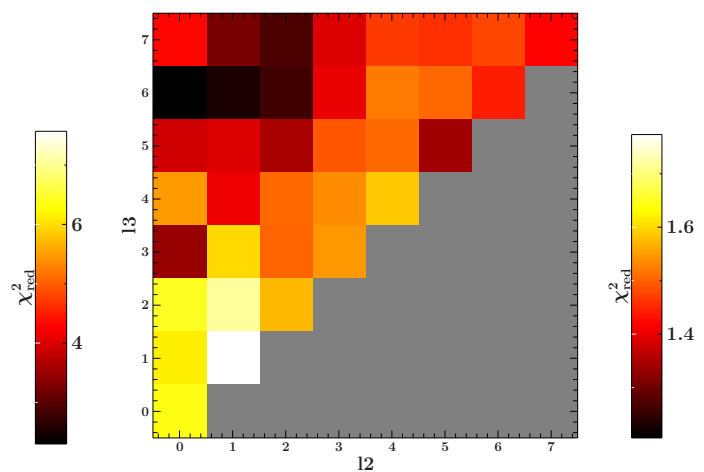
(c) UVES



(d) HERMES



(e) UVES



(f) HERMES

Abbildung 5.8: 3 Moden: χ_{red}^2 über l_1 und l_2 / l_1 und l_3 / l_2 und l_3

5.7 Bestes Ergebnis für drei Moden

Abb. 5.9 und 5.10 zeigen die zwei besten Fits (rot) an den gemessenen Absorptionslinien (schwarz) von UVES (5.9) und HERMES (5.10). Sie wurden beide aus dem 3 Moden-Modell gewonnen und hatten jeweils den besten χ_{red}^2 Wert in dem jeweiligen Fit. Die restlichen Fitparameter werden in Tabelle 5.5 aufgelistet.

Tabelle 5.5: Fitwerte der besten Fits von UVES und HERMES

Parameter	UVES	HERMES
χ_{red}^2	2.30	1.20
l_1	2	3
l_2	2	4
l_3	6	6
m_1	1	-3
m_2	1	-2
m_3	2	1
$v \sin i$	10.60 km/s	19.90 km/s
i	23.57°	74.07°
P_{rot}	19.43 d	19.09 d
R	10.18 R_{\odot}	7.81 R_{\odot}
$k_1^{(0)}$	8.65	2.47
$k_2^{(0)}$	0.25	2.01
$k_3^{(0)}$	1.06	6.22
M_1	8.00 M_{\odot}	6.73 M_{\odot}
M_2	6.85 M_{\odot}	6.70 M_{\odot}
M_3	4.01 M_{\odot}	4.85 M_{\odot}
$\log g_1$	3.33	3.48
$\log g_2$	3.26	3.48
$\log g_3$	3.03	3.34

Vergleicht man die Ergebnisse von UVES und HERMES aus Tabelle 5.5, so fallen nur wenige Gemeinsamkeiten auf. Während UVES zwei niedrige und einen hohen l Wert voraussagt, nehmen die l Werte bei HERMES eher mittlere Werte an. Die m Werte streuen bei beiden Datensätzen nur wenig um die 0. Ansonsten zeigt sich nur in der Rotationsperiode P_{rot} eine Identität der Werte von HERMES und UVES, die sich nur um 1.75% unterscheiden. Die anderen Parameter $v \sin i$, i und R zeigen dagegen Unterschiede $> 20\%$. Da sich für jede Mode ein separates Ergebnis für das Verhältnis der horizontalen zur vertikalen Amplitude $k^{(0)}$ ergibt, erhält man für jeden Datensatz drei Werte für die Masse M des Sterns und für die Oberflächenbeschleunigung $\log g$. Diese sollten identisch sein, da ein Stern nur eine Gesamtmasse so wie Oberflächenbeschleunigung besitzen kann. In Tabelle 5.5 sieht man, dass die Werte der Massen stark streuen.

KAPITEL 5. AUSWERTUNG DER SPEKTRALANALYSE

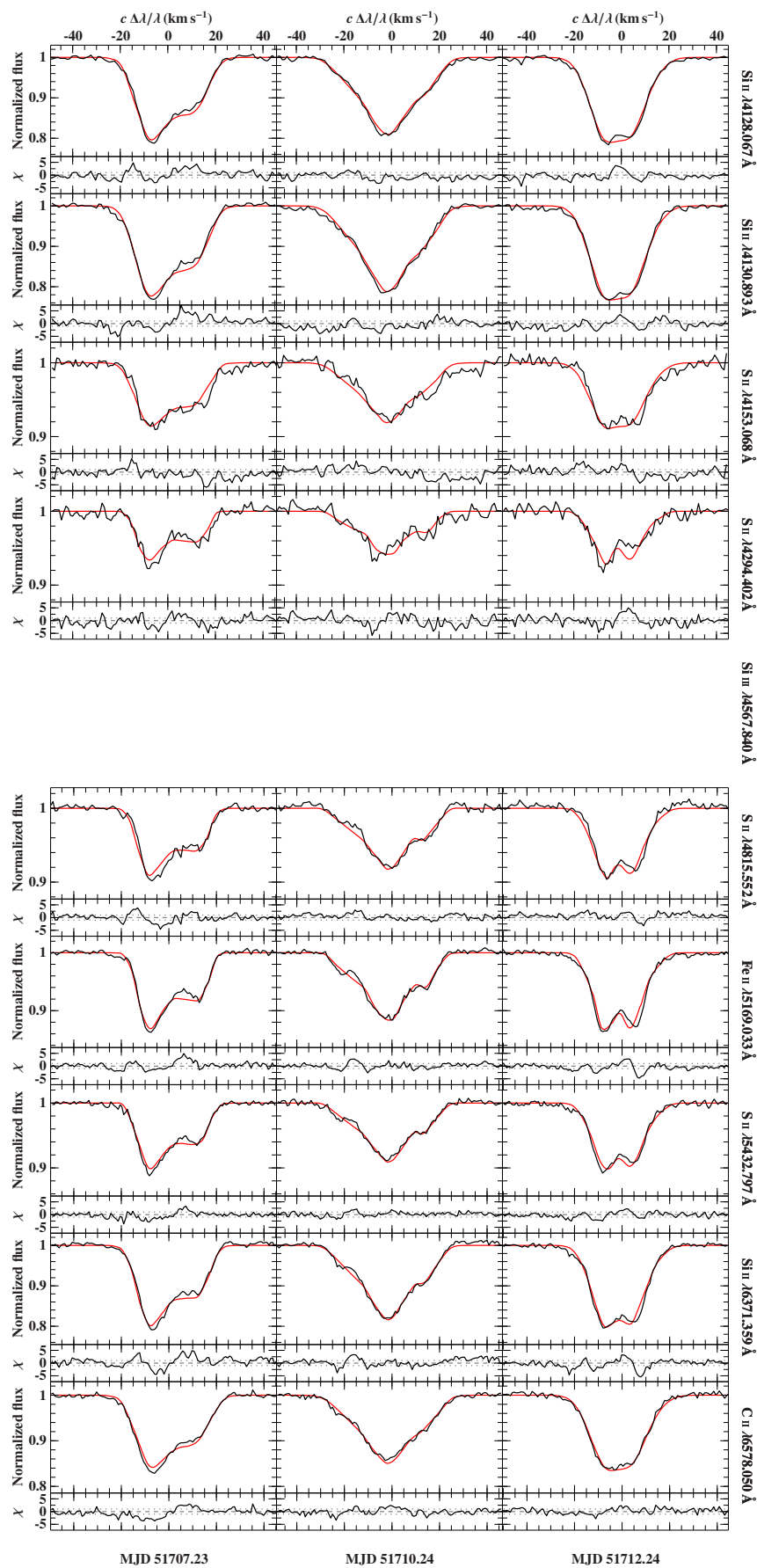


Abbildung 5.9: UVES: Absorptionslinien (schwarz) mit gefitteten Modell (rot),
 $l_1 = 2$, $l_2 = 2$, $l_3 = 6$, $\chi_{red}^2 = 2.30$

KAPITEL 5. AUSWERTUNG DER SPEKTRALANALYSE

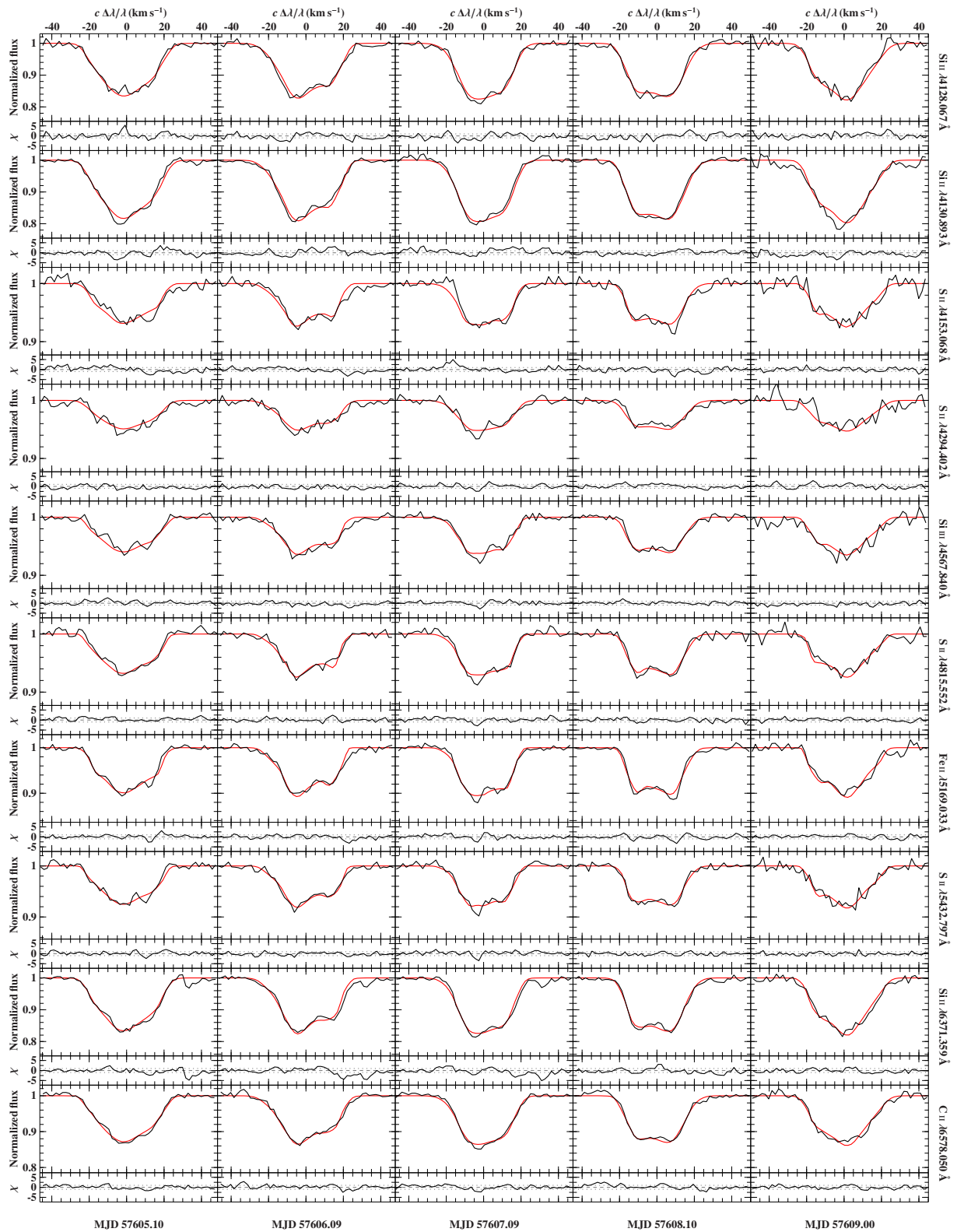


Abbildung 5.10: HERMES: Absorptionslinien (schwarz) mit gefitteten Modell (rot),
 $l_1 = 3, l_2 = 4, l_3 = 6, \chi_{red}^2 = 1.20$

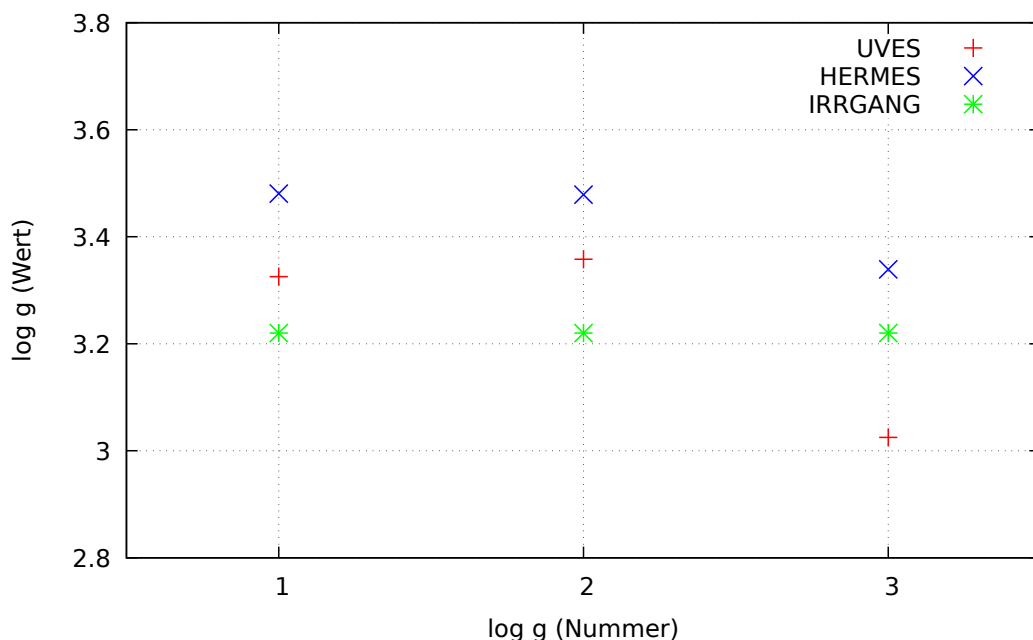


Abbildung 5.11: Die ermittelten Werte von $\log g$ im Vergleich

Da für die das Kieliagramm der Parameter $\log g$ von entscheidender Bedeutung ist, wurden die Ergebnisse dieser Größe in Abb. 5.11 graphisch dargestellt. Man sieht die Werte von $\log g$, die von UVES (rot) und HERMES (blau) ermittelt wurden, über die drei einzelnen Moden aufgetragen. Zum bessern Vergleich wurde der beste Fitwert ($\log g = 3.22$), der in Irrgang et al. [2016] ermittelt wurde, ebenfalls eingetragen (grün). Da in Irrgang et al. [2016] nur eine Mode verwendet wurde, wurde in Abb. 5.11 für alle drei Moden der gleiche Wert angenommen.

Abb. 5.11 zeigt, dass sich in beiden Datensätzen $\log g_1$ und $\log g_2$ nur wenig unterscheiden (UVES: 2.03%, HERMES: 0,06%), $\log g_3$ hat jedoch einen Shift nach unten. Generell erhält man durch die HERMESdaten höhere $\log g$ Werte als durch UVES. Im Vergleich mit Irrgang et al. [2016] liegen $\log g_1$ und $\log g_2$ in beiden Datensätzen jeweils oberhalb des Wertes von Irrgang et al. [2016]. $\log g_3$ von Irrgang et al. [2016] liegt zwischen den Werten von UVES (unterhalb) und HERMES (oberhalb).

Tabelle 5.6: Gemittelte $\log g$ Werte von UVES und HERMES, best Fit von Irrgang et al. [2016]

UVES	HERMES	IRRGANG
3.20	3.43	3.22

Tabelle 5.6 zeigt die gemittelten Werte von $\log g$ über die drei Moden im Vergleich zu

KAPITEL 5. AUSWERTUNG DER SPEKTRALANALYSE

Irrgang et al. [2016]. Die Oberflächenbeschleunigung ermittelt durch UVES und Irrgang et al. [2016] sind zu 99.37% identisch. Vergleich man HERMES mit Irrgang et al. [2016] ergibt sich eine Identität zu 93.29%.

6 Zusammenfassung und Aussicht

6.1 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Zulassungsarbeit wurden die Moden des pulsierenden SPB Sterns 18 Peg analysiert.

18 Peg ist ein Hauptreihenstern der Spektralklasse B und gehört zu der Gruppe der Slowly-pulsation-B Sternen. Da er Pulsationen zeigt, nimmt man an, dass er sich noch auf der Hauptreihe befindet. Deswegen ist 18 Peg ein Kandidat zur Untersuchung verschiedener Sternentwicklungsmodelle und somit zur Bestimmung der oberen Grenze der Hauptreihe im HRD, die heutzutage noch nicht genau bekannt ist. Diese Sternentwicklungsmodelle zielen vor allem auf die Stärke des konvektiven Overshootings ab. Anhand der Modenbestimmung von 18 Peg sollen in dieser Arbeit verschiedene Parameter des Sterns, unter anderem die Oberflächenbeschleunigung, bestimmt werden. Anhand der Oberflächenbeschleunigung lässt sich die Position von 18 Peg im Kiel diagramm bestimmen.

Für die Modenanalyse wurde das Pulsationsmodell von Schrijvers et al. [1997] herangezogen. Die Pulsation des Sterns zeigt sich im Linienprofil der Absorptionslinien im Spektrum von 18 Peg wieder. Somit wurden Spektren, die zum einen an der Europäischen Südsternwarte (UVESdaten), zum anderen am La Palma Observatorium (HERMESdaten) aufgenommen wurden, herangezogen und verschiedene Metalllinien ausgewählt, um das Pulsationsmodell an diese Linien zu fiten und an die Parameter des Sterns zu gelangen.

Der Ausgangspunkt dieser Arbeit war das Paper von Irrgang et al. [2016]. In dieser Veröffentlichung wurde die oben beschriebene Auswertungsmethode mit UVESdaten angewendet, wobei nur eine Mode verwendet wurde. Ziel dieser Zulassungsarbeit war es zum einen, das gleiche Modell mit zwei und drei Moden auszuwerten, zum anderen einen neuen Datensatz (HERMES) zu verwenden, und die Ergebnisse mit denen von Irrgang et al. [2016] zu vergleichen.

Die Auswertung dieser Arbeit hat am Beispiel von 18 Peg bestätigt, dass SPB Sterne vermutlich in mehreren Moden schwingen. Auch hat das Ergebnis gezeigt, dass die HERMESdaten vermutlich aufgrund ihrer schlechteren Qualität Unterschiede zu den UVESdaten zeigen. Um genauere Prognosen zu stellen, bedarf es jedoch weitere Untersuchungen, wobei auf weitere Daten von TESS (Transiting Exoplanet Survey Satellite) und BRIDE (BRiGht-star Target Explorer) gehofft wird. Diese zwei Teleskope sind im Weltraum stationiert, weshalb deren Daten im Gegensatz zu den hier in der Zulassungsarbeit verwendeten, von bodengebundenen Teleskopen stammenden Daten feinere Pulsationsinformationen enthalten könnten.

Literaturverzeichnis

- Ritchey-chretien-cassegrain-teleskop, wikipedia, die freie enzyklopädie, 2018. URL <https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Ritchey-Chr%C3%A9tien-Cassegrain-Teleskop&oldid=175259189>. [Online; Stand 2. April 2019].
- European southern observatory, March 2019. URL <https://www.eso.org/public/germany>. [Online; posted 15-March-2019].
- Institute of astronomy ku leuven, March 2019. URL <https://fys.kuleuven.be/ster>. [Online; posted 15-March-2019].
- The mercator telescope, March 2019. URL <http://www.mercator.iac.es/>. [Online; posted 15-March-2019].
- Hertzsprung-russell-diagramm, 2019. URL <https://www.eso.org/public/images/eso0728c/>. [Online; Stand 23. September 2019].
- Sternbild pegasus, 2019. URL [https://de.wikipedia.org/wiki/Pegasus_\(Sternbild\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Pegasus_(Sternbild)). [Online; Stand 21. September 2019].
- C. Aerts and C. Waelkens. Line Profile Variations of Rotating Pulsating Stars. *Astronomy and Astrophysics*, 273:135, June 1993.
- C. Aerts, M. de Pauw, and C. Waelkens. Mode identification of pulsating stars from line profile variations with the moment method. an example - The Beta Cephei star Delta Ceti. *Astronomy and Astrophysics*, 266:294–306, Dec. 1992.
- C. Aerts, J. Christensen-Dalsgaard, and D. Kurtz. *Asteroseismology*. Astronomy and Astrophysics Library. Springer Netherlands, 2010. ISBN 9781402051784. URL <https://books.google.de/books?id=9zaWDAEACAAJ>.
- Baader. *BACHES Spektrograf Anleitung*. Baader Planetarium GmbH, Mammendorf, Februar 2015. URL <https://www.baader-planetarium.com/de/>.
- B. W. Carroll and D. A. Ostlie. *An Introduction to Modern Astrophysics*. 2nd (international) edition, 2007.

- D. Clayton. *Principles of stellar evolution and nucleosynthesis: with a new preface*. University of Chicago Press, 1968. ISBN 9780226109527. URL <https://books.google.de/books?id=nf8oAQAAMAAJ>.
- M. S. Cunha, C. Aerts, J. Christensen-Dalsgaard, A. Baglin, L. Bigot, T. M. Brown, C. Catala, O. L. Creevey, A. Domiciano de Souza, P. Eggenberger, P. J. V. Garcia, F. Grundahl, P. Kervella, D. W. Kurtz, P. Mathias, A. Miglio, M. J. P. F. G. Monteiro, G. Perrin, F. P. Pijpers, D. Pourbaix, A. Quirrenbach, K. Rousset-Perraut, T. C. Teixeira, F. Thévenin, and M. J. Thompson. Asteroseismology and interferometry. 14 (3-4):217–360, Nov 2007. doi: 10.1007/s00159-007-0007-0.
- A. Irrgang. Principles of stellar evolution and nucleosynthesis, Vorlesungsskript. 2018.
- A. Irrgang, A. Desphande, S. Moehler, M. Mugrauer, and D. Janousch. The slowly pulsating B-star 18 Pegasi: A testbed for upper main sequence stellar evolution. *Astronomy and Astrophysics*, 591:L6, Jun 2016. doi: 10.1051/0004-6361/201628844.
- H. Karttunen. *Fundamental astronomy*. Springer, 1996. ISBN 9783540609360. URL <https://books.google.de/books?id=rn7vAAAAMAAJ>.
- T. Kato. *Perturbation theory for linear operators; 2nd ed.* Grundlehren Math. Wiss. Springer, Berlin, 1976. URL <https://cds.cern.ch/record/101545>.
- A. Y. Kesseli, A. A. West, M. Veyette, B. Harrison, D. Feldman, and J. J. Bochanski. An empirical template library of stellar spectra for a wide range of spectral classes, luminosity classes, and metallicities using SDSS BOSS spectra. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 230(2):16, Jun 2017. doi: 10.3847/1538-4365/aa656d. URL <https://doi.org/10.3847%2F1538-4365%2Faa656d>.
- S. Kiehlmann. Kosmischer materiekreislauf, September 2019. URL <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/7181>. [Online; posted 18-July-2011].
- R. Kippenhahn, A. Weigert, and A. Weiss. *Stellar Structure and Evolution*. 2012. doi: 10.1007/978-3-642-30304-3.
- N. Langer and R. P. Kudritzki. The spectroscopic Hertzsprung-Russell diagram. *Astronomy and Astrophysics*, 564:A52, Apr 2014. doi: 10.1051/0004-6361/201423374.
- D. Meschede and C. Gerthsen. *Gerthsen Physik*. Springer-Lehrbuch. Springer, 2010. ISBN 9783540026228. URL <https://books.google.de/books?id=pfpkxqB-jGoC>.
- A. A. Pamyatnykh. Pulsational Instability Domains in the Upper Main Sequence. 49: 119–148, June 1999.

- Pbroks13. Sternaufbau, September 2019. URL https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sun_diagram.svg#file. [Online; posted 07-October-2008].
- A. Praktikum. *Modul Einführung in die Astronomie, Astronomisches Praktikum*. Dr. Karl Remeis Sternwarte Bamberg, Bamberg, Januar 2018. URL www.sternwarte.uni-erlangen.de.
- G. Raskin, H. van Winckel, H. Hensberge, A. Jorissen, H. Lehmann, C. Waelkens, G. Avila, J.-P. de Cuyper, P. Degroote, R. Dubosson, L. Dumortier, Y. Frémat, U. Laux, B. Michaud, J. Morren, J. Perez Padilla, W. Pessemier, S. Prins, K. Smolders, S. van Eck, and J. Winkler. HERMES: a high-resolution fibre-fed spectrograph for the Mercator telescope. *Astronomy and Astrophysics*, 526:A69, Feb. 2011. doi: 10.1051/0004-6361/201015435.
- C. Schrijvers, J. H. Telting, C. Aerts, E. Ruymaekers, and H. F. Henrichs. Line-profile variations due to adiabatic non-radial pulsations in rotating stars. I. Observable characteristics of spheroidal modes. *Astronomy and Astrophysics Supplement*, 121:343–368, Feb. 1997. doi: 10.1051/aas:1997321.
- J. H. Telting and C. Schrijvers. Line-profile variations of non-radial adiabatic pulsations of rotating stars. III. On the alleged misidentification of tesseral modes. *Astronomy and Astrophysics*, 317:742–748, Feb. 1997.
- C. Waelkens. Slowly pulsating B stars. *Astronomy and Astrophysics*, 246:453–468, June 1991.
- J.-H. Woo and P. Demarque. Empirical Constraints on Convective Core Overshoot. *Astronomical J.*, 122(3):1602–1606, Sep 2001. doi: 10.1086/322122.

Danksagung

Ich hatte eine schöne Zeit an der Dr. Karl Remeis-Sternwarte mit vielen Höhen und Tiefen. Hiermit möchte ich einigen Leuten Danke sagen, die mir geholfen haben, diese Zulassungsarbeit fertig zu stellen.

Zuerst möchte ich meinem Prof. **Uli Heber** danken, dass er mir dieses interessante Thema überlassen hat.

Andreas Irrgang war für die Programmierung meines Auswertungsprogramms zuständig. Vielen Dank, dass ich die Programme für meine Auswertung benutzen durfte.

Ein großer Dank geht nach Innsbruck zu **Konstanze Zwintz**, die sich extra für mich Zeit genommen hat, um mir die Grundlagen der Asteroseismologie via Skype näher beizubringen. Das war sehr hilfreich, vielen Dank.

Auch meinen festen Zimmerkollegen **Simon Kreuzer**, **Jakob Stierhof** und **Melani Lang** danke ich für die angenehme Arbeitsatmosphäre und immer wieder witzigen Vorfälle. Vor allem Meli danke ich für die Hilfe bei Formatierung und Latexumgebungen für diese Arbeit. **Steven Hämmerich** und Meli danke ich für das Korrekturlesen dieser über 90 seitigen Arbeit.

Meinen Eltern **Gisela** und **Detlef von Gemünden** und meiner Schwester **Lara von Gemünden** danke ich für ihre Unterstützung. Meinem Papa sage ich vor allem Danke, dass er mein Interesse an der Physik schon von klein auf geweckt und unterstützt hat. Auch meiner Tante **Petra von Gemünden** danke ich für ihre vielen Postkarten und ihre mentale Unterstützung.

Mein aller größter Dank geht jedoch an **Philipp Weber**. Für die Zeit, die Du mit meinen Nörgeleien über die Sternwarte geduldig hinter Dich gebracht hast, dass Du mich aufgebaut hast, wenn ich wieder einmal in einem Tiefpunkt stand, dass Du mir die Grundlagen der Programmierung an die Hand gegeben hast, dass Du meine Zula Korrektur gelesen

hast, ... Ich könnte noch Vieles aufzählen. Um es kurz zu machen: Danke, dass Du immer für mich da warst, bist und immer sein wirst!

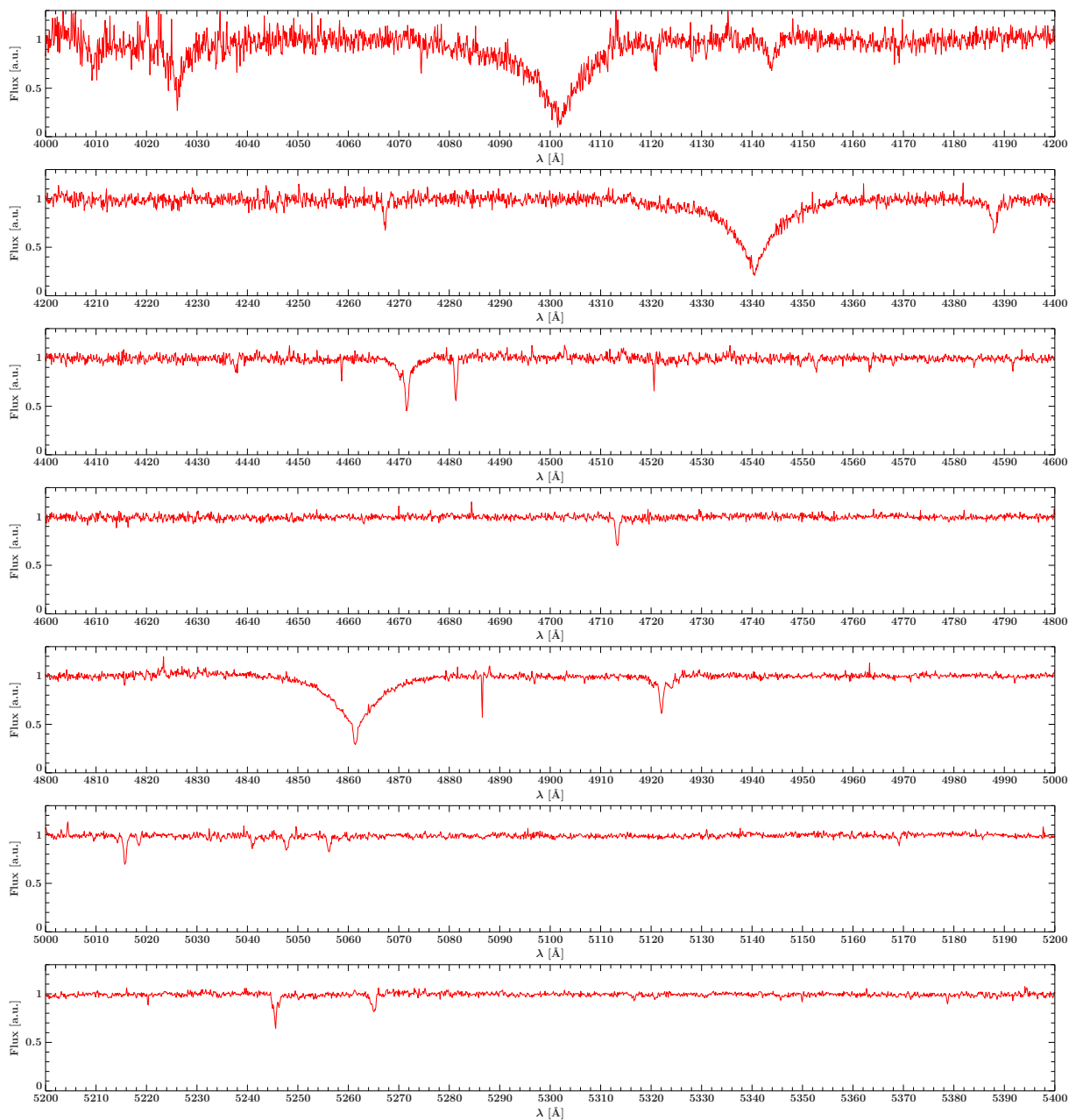
Ich danke allen Mitgliedern der Remeis-Sternwarte, meinen Freunden und meiner Familie, die mich in der Zeit unterstützt haben. Vielen Dank!

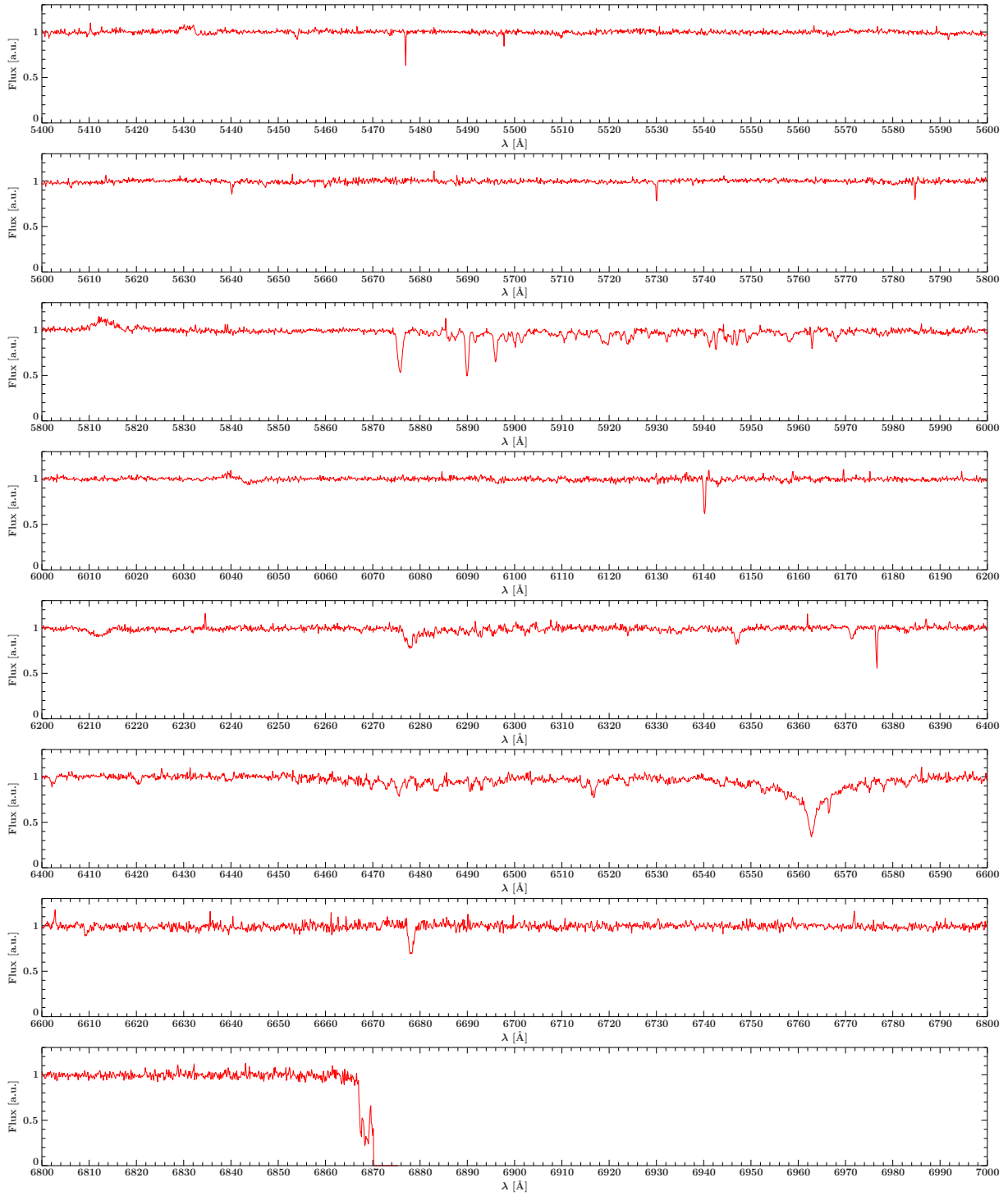
Anhang

Spektrum von 18 Peg

Spektrum von 18 Peg (Bamberg)

Aufgenommen von Philipp Weber und Eva von Gemünden in der Nacht vom 14.09.2019 auf den 15.09.2019 an der Karl Remeis-Sternwarte Bamberg mit einem *PlaneWave CDK20* Cassegrain Teleskop und einem *BACHES* Echelle Spektrographen mit einer Belichtungszeit von $30 \times 7 \text{min}$.





Erklärung zur Hausarbeit gemäß 29 (Abs.6) LPOI

Hiermit erkläre ich, dass die vorliegende Hausarbeit von mir selbstständig verfasst wurde und dass keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt wurden. Die Stellen der Arbeit, die anderen Werken dem Wortlaut oder Sinn nach entnommen sind, sind in jedem einzelnen Fall unter Angabe der Quelle als Entlehnung kenntlich gemacht.

Diese Erklärung erstreckt sich auch auf etwa in der Arbeit enthaltene Zeichnungen, Kartenskizzen und bildliche Darstellungen.

Erlangen, 30.09.2019

Eva von Gemünden